



**Zentrale Abiturprüfung 2013
Haupttermin
16.04.2013**

**Weiterer Leistungskurs
Mathematik
(mit CAS)**

Fachbereich Technik

Unterlagen für die Lehrkraft



- 1 Aufgabenstellung** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 2 Materialgrundlage** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 3 Zugelassene Hilfsmittel** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 4 Arbeitszeit und Punktevergabe** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 5 Hinweise für die Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling**

Die jeweilige Fachlehrkraft entscheidet unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres Kurses der Aufgabensatz 1 (ohne CAS) oder der Aufgabensatz 2 (mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrkraft der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Wird der Aufgabensatz 2 (mit CAS) gewählt, so dürfen CAS und/oder Tabellenkalkulation verwendet werden und es sind folgende Hinweise zu beachten:

- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PCs bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrift textlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin bzw. dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.

6 Aufgabenarten

1	Analysis
2	Lineare Algebra / Analytische Geometrie
3	Stochastik

7 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2013

In den drei Aufgaben spiegeln sich die im Punkt 3.1 der „Vorgaben für die Abiturprüfung am Berufskolleg im Jahr 2013“ aufgeführten inhaltlichen Schwerpunkte wider.

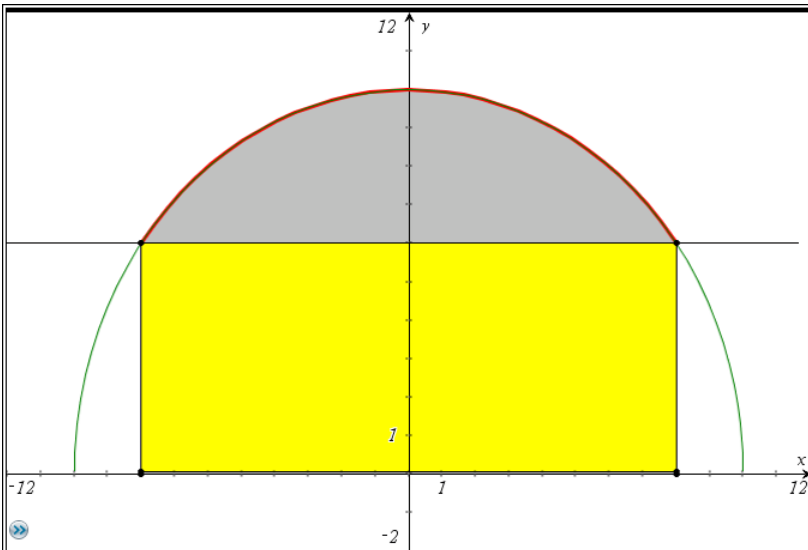


8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

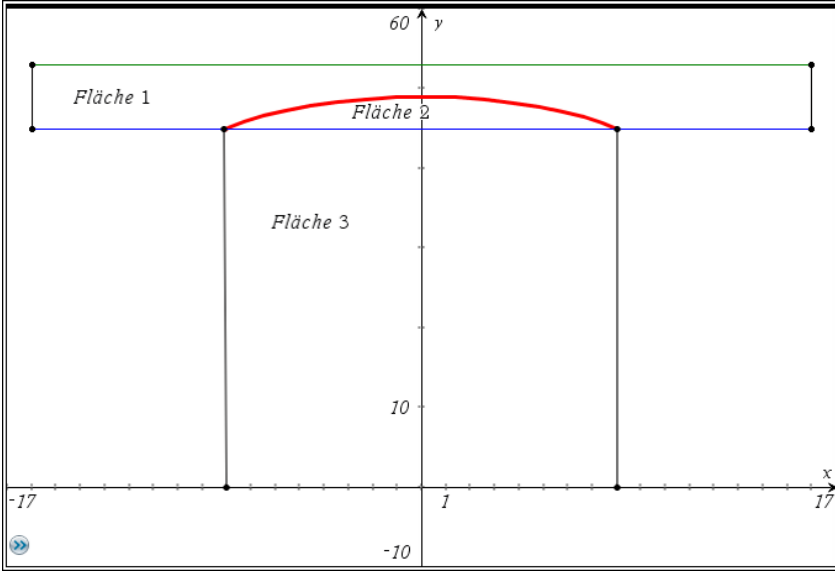
a) inhaltliche Leistung

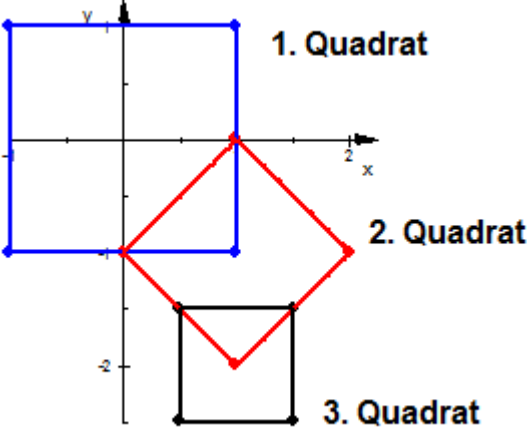
	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
1	(Aufgabenstellung)	
1.1	<p>Der Prüfling</p> <p>... ermittelt eine Funktion dritten Grades</p> <p>Es sind vier Punkte gegeben, daher muss die ganzrationale Funktion zunächst Grad 3 haben. Die allgemeine Funktionsgleichung dritten Grades lautet:</p> $g(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$ <p>Mit den Punkten:</p> <p>$P_1(0 \mid 5000)$, $P_2(5 \mid 10000)$, $P_3(10 \mid 10000)$ und $P_4(20 \mid 10000)$ erhält man das Gleichungssystem:</p> $\begin{array}{ll} I & 5000 = a_0 \\ II & 10000 = 125 \cdot a_3 + 25 \cdot a_2 + 5 \cdot a_1 + a_0 \\ III & 10000 = 1000 \cdot a_3 + 100 \cdot a_2 + 10 \cdot a_1 + a_0 \\ IV & 10000 = 8000 \cdot a_3 + 400 \cdot a_2 + 20 \cdot a_1 + a_0 \end{array}$ <p>Die daraus resultierende Funktionsgleichung lautet:</p> $g(t) = 5t^3 - 175t^2 + 1750t + 5000$	8 (I)
1.2	<p>... bestimmt die größte Drehzahl des Lagers während der Dauer des Tests</p> <p>Bestimmung der ersten und zweiten Ableitung von $g(t)$:</p> $g(t) = 5t^3 - 175t^2 + 1750t + 5000$ $g'(t) = 15t^2 - 350t + 1750$ $g''(t) = 30t - 350$ <p>Notwendiges Kriterium</p> $g'(t) = 0$ $t_1 \approx 7,26s \quad t_2 \approx 16,08s$ <p>hinreichendes Kriterium</p> $g''(7,26s) < 0$ $g(7,26s) \approx 10\,395$ <p>Das Testprogramm erfolgt im Intervall $[0;20]$. Die Prüfung der Werte an den beiden Rändern liefert: Die größte Drehzahl erfolgt bei 7,26s mit 10 395 Umdrehungen pro Sekunde.</p> <p>Der Nachweis des Minimums bei t_2 ist hier nicht gefordert.</p>	6 (I)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
1.3	... berechnet die stärkste Abnahme bzw. Zunahme ...	6 (II)
	<p>Notwendiges Kriterium</p> $g''(t) = 30t - 350$ $0 = 30t - 350$ $t_W = \frac{35}{3}$ <p>Hinreichendes Kriterium</p> $g'''(x) = 30$ <p>Da die dritte Ableitung der Funktion immer größer 0 ist, liegt an der Stelle $t_W = \frac{35}{3}$ mit dem lokalen Minimum der ersten Ableitung an dieser Stelle die lokal stärkste Verzögerung des Kugellagers mit $g'(t_W) = -291,7$ vor.</p> <p>Untersuchung der Grenzen des Testprogramms: $g'(0) = 1750$ und $g'(20) = 750$ zeigt: Die stärkste Beschleunigung findet zu $t = 0$ statt (Randextremum) und das lokale Minimum ist das absolute Minimum.</p>	
1.4	... bestimmt die Gesamtzahl der Umdrehungen	6 (II)
	<p>Berechnung der Gesamtzahl durch Anwendung des bestimmten Integrals im Intervall $[0; 20]$</p> $N = \int_0^{20} (5t^3 - 175t^2 + 1750t + 5000) dt$ $N \approx 183\,333$ <p>Die Gesamtzahl der Umdrehungen während des Testprogramms beträgt etwa 183 333 Umdrehungen.</p>	
1.5	... zeigt, dass die ausgesparte Fläche 44,73 mm ² entspricht	6 (II)
	 <p>Berechnung der y-Koordinate für $x = 8$: $P(8 6)$</p>	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	<p>Ermittlung des gesuchten Flächeninhalts:</p> $A = \int_{-8}^8 \sqrt{100 - x^2} \cdot dx - 16 \cdot 6 \approx 44,73$ <p>Der gesuchte Flächeninhalt beträgt etwa 44,73 mm².</p>	
1.6	<p>... leitet eine Formel zur Berechnung des Volumens ... her ... weist nach, dass das Volumen 65 700 mm³ beträgt</p>	<p>10 (III) 3 (III)</p>
	<p>Der Rotationskörper lässt sich in drei Segmente aufteilen (s. Skizze).</p>  <p>Volumen (durch Fläche 1 erzeugt): $V_1 = \pi \cdot \int_{-16}^{16} (53^2 - 45^2) \cdot dx \approx 78\,816$</p> <p>Kugelausschnitt (Fläche 2) Die Halbkreisgleichung muss um 39mm nach oben verschoben werden: $k(x) = \sqrt{r^2 - x^2} + 39$</p> $V_2 = \pi \cdot \int_{-8}^8 (\sqrt{100 - x^2} + 39)^2 \cdot dx \approx 114\,893$ <p>Für das Volumen V_3 ergibt sich (z.B. mit der Volumenformel für Zylinder) $V_3 = \pi \cdot 45^2 \cdot 16 \approx 101\,788$</p> <p>Berechnung des gesamten Volumens aus geeigneter Zusammensetzung der Teilvolumina: $V = V_1 - (V_2 - V_3) \approx 65\,711$</p> <p>Das Gesamtvolumen beträgt damit ca. 65 711 mm³.</p>	
Summe Aufgabe 1		45

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
2	(Aufgabenstellung)	
2.1	<p>Der Prüfling ...</p> <p>... berechnet die Koordinaten der Eckpunkte</p> <p>... berechnet die Flächeninhalte der entstehenden Quadrate</p> <p>... stellt die Quadrate grafisch dar</p>	<p>5 (I)</p> <p>5 (I)</p> <p>4 (I)</p>
	<p>Die Ausgangspunkte lauten:</p> <p>A(-1 -1), B(1 -1), C(1 1) und D(-1 1) (1.Quadrat)</p> <p>Nach einmaliger Ausführung der Transformation ergeben sich die Punkte:</p> <p>A'(0 -1), B'(1 -2), C'(2 -1) und D'(1 0) (2.Quadrat)</p> <p>Nach zweimaliger Ausführung der Transformation ergeben sich die Punkte:</p> <p>A''(1/2 -3/2), B''(1/2 -5/2), C''(3/2 -5/2) und D''(3/2 -3/2) (3.Quadrat)</p> <p>Berechnung der Flächeninhalte:</p> <p>2. Quadrat: $A_{F2} = \overrightarrow{A'B'} \cdot \overrightarrow{B'C'} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \text{ (FE)}$</p> <p>3. Quadrat: $A_{F3} = \overrightarrow{A''B''} \cdot \overrightarrow{B''C''} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{1} = 1 \text{ (FE)}$</p> <p>Der Nachweis der Quadrateigenschaften der aus einem Quadrat entstehenden Objekte ist ausdrücklich nicht gefordert.</p> <p>Darstellung der Quadrate:</p> 	
2.2	... begründet, dass die Matrix eine Drehung ... bewirkt	5 (III)
	<p>$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$</p> <p>Eine Darstellung z. B. am Einheitskreis liefert:</p>	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	$\vec{e}_1' = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix} \text{ bzw. } \vec{e}_2' = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{pmatrix}$ <p>Damit kann man begründen, dass in den Spalten der Drehmatrix die Bilder von $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ nach Drehung um den Winkel φ stehen.</p> <p>Die Abbildungsmatrix ergibt sich also zu $R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$.</p>	
2.3	... zeigt, dass die ... gegebene Abbildung zerlegt werden kann	8 (II)
	<p>Die Drehmatrix ist mit $\varphi = -45^\circ$</p> $R = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ <p>Die Streckmatrix mit dem Faktor ist</p> $S = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ <p>Dies ergibt insgesamt die Matrix</p> $S \cdot R = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ <p>Gemeinsam mit der Translation entsteht die Transformation</p> $f(\vec{x}) = S \cdot R \cdot \vec{x} + \vec{t} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$	
2.4	... begründet, dass ... das Quadrat irgendwann nicht mehr zu erkennen ist	4 (II)
	<p>Die Abbildung f kann in Drehung, Stauchung und Translation zerlegt werden.</p> <p>Eine Drehung und eine Translation haben auf die Größendarstellungen von geometrischen Objekten keinen Einfluss, die zugehörigen Abbildungen sind längentreu.</p> <p>Längenverhältnisse werden bei der Abbildung f also durch den Stauchungsanteil bestimmt.</p> <p>Eindimensionale geometrische Objekte werden also mit dem Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ gestaucht, zweidimensionale bei einmaliger Anwendung von f mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ gestaucht.</p>	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	<p>Bei n-facher Anwendung von f verändert sich z. B. die Fläche eines Quadrates um den Faktor $\left(\frac{1}{2}\right)^n$.</p> <p>Daraus ist abzulesen, dass z. B. ein Quadrat irgendwann nicht mehr auf dem Bildschirm darstellbar ist.</p> <p>Alternative Argumentation unter Verwendung z. B. der Berechnungen aus 2.1 sind denkbar.</p>	
2.5	... leitet her, dass F der einzige Punkt ist ...	6 (II)
	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \vec{x}$ $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$ $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ <p>Der Punkt (0 -2) bleibt als einziger Punkt bei mehrfacher Anwendung der Transformation erhalten.</p>	
2.6	... zeigt, dass sich das Quadrat auf F zu bewegt	3 (III)
	<p>Der Ausdruck</p> $\vec{x}'_{(n)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \vec{x} + \left(E - \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right)^{-1} \cdot \left(E - \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}^n \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ <p>wird auf einen beliebigen Punkt, z. B. einen Eckpunkt des Quadrats angewendet. Mit dem CAS wird dieser Ausdruck dann „für große n“ berechnet und so der Grenzprozess simuliert.</p> <p>Es zeigt sich, dass sich der gewählte Eckpunkt immer mehr dem Punkt F annähert.</p> <p>Damit wird sich das Ausgangsquadrat bei entsprechend häufiger Anwendung der Abbildung f auf F zubewegen.</p>	
2.7	... leitet die Funktionsvorschrift der inversen Abbildung her	5 (III)
	<p>Zunächst ist die inverse Matrix zur Matrix $M_f = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ zu bestimmen.</p> <p>Ergebnis: $M_f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$</p>	



Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)		Punkte maximal (AFB)
	<p>Durch Multiplikation der Abbildungsvorschrift:</p> $\vec{x}' = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ von links mit der Matrix } M_f^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ ergibt sich:}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}' = \vec{x} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}' = \vec{x} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>Damit ergibt sich die Vorschrift der inversen Abbildung zu</p> $f^{-1}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$	
Summe Aufgabe 2		45

Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)		Punkte maximal (AFB)
3	(Aufgabenstellung)	
	Der Prüfling...	
	... zeichnet ein passendes Baumdiagramm ...	4 (I)
3.1	... berechnet die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E₁...	1 (I)
	... berechnet die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E₂...	2 (I)
	... berechnet die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E₃...	2 (I)
	<p>Es bezeichnen die Ereignisse:</p> <p><i>G</i> Geschwindigkeitstest bestanden</p> <p><i>S</i> Soundkarte funktioniert problemlos</p> <p><i>H</i> HDMI-Schnittstelle ist mangelfrei</p> <p>Darstellung im Baumdiagramm liefert:</p>	



Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
<div data-bbox="323 331 935 1014"> </div> <p>Wegen der Unabhängigkeit der gegebenen Ereignisse stehen auf den Teilbäumen gleicher Stufe untereinander jeweils die gleichen Wahrscheinlichkeiten.</p> <p>Nach den Pfadregeln ergibt sich für die gesuchten Wahrscheinlichkeiten:</p> $P(E_1) = P(G \cap S \cap H) = P(G) \cdot P(S) \cdot P(H) = 0,88 \cdot 0,85 \cdot 0,93 = 0,69564$ $\begin{aligned} P(E_2) &= P(\bar{S} \cap G \cap H) + P(\bar{G} \cap S \cap H) \\ &= P(\bar{S}) \cdot P(G) \cdot P(H) + P(\bar{G}) \cdot P(S) \cdot P(H) \\ &= 0,15 \cdot 0,88 \cdot 0,93 + 0,12 \cdot 0,85 \cdot 0,93 \\ &= 0,12276 + 0,09486 = 0,21762 \end{aligned}$ $\begin{aligned} P(E_3) &= P(\bar{G} \cap \bar{S} \cap \bar{H}) + P(\bar{G} \cap \bar{S} \cap H) + \\ &\quad P(\bar{G} \cap S \cap \bar{H}) + P(G \cap \bar{S} \cap \bar{H}) \\ &= P(\bar{G}) \cdot P(\bar{S}) \cdot P(\bar{H}) + P(\bar{G}) \cdot P(\bar{S}) \cdot P(H) + \\ &\quad P(\bar{G}) \cdot P(S) \cdot P(\bar{H}) + P(G) \cdot P(\bar{S}) \cdot P(\bar{H}) \\ &= 0,12 \cdot 0,15 \cdot 0,07 + 0,12 \cdot 0,15 \cdot 0,93 + \\ &\quad 0,12 \cdot 0,85 \cdot 0,07 + 0,88 \cdot 0,15 \cdot 0,07 \\ &= 0,00126 + 0,01674 + 0,00714 + 0,00924 = 0,03438 \end{aligned}$	

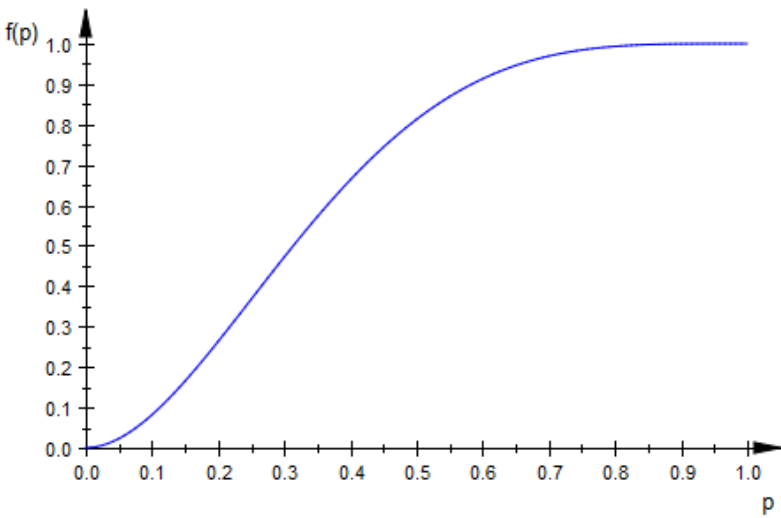


	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
3.2	<p>... berechnet die Wahrscheinlichkeit ...</p> <p>... beurteilt das Ergebnis im Sachzusammenhang</p>	<p>6 (II)</p> <p>3 (III)</p>
	<p>Mit der Bezeichnung: ST = „Softwaretest zeigt o.k. an“, ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_{\overline{ST}}(\overline{H})$ gesucht</p> <p>Nach dem Satz von Bayes gilt: $P_{\overline{ST}}(\overline{H}) = \frac{P(\overline{ST} \cap \overline{H})}{P(\overline{ST})}$</p> <p>Mit dem Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit ergibt sich:</p> $P_{\overline{ST}}(\overline{H}) = \frac{P(\overline{ST} \cap \overline{H})}{P(\overline{ST})}$ $= \frac{P(\overline{H}) \cdot P_{\overline{H}}(\overline{ST})}{P(H) \cdot P_H(\overline{ST}) + P(\overline{H}) \cdot P_{\overline{H}}(\overline{ST})}$ $= \frac{0,07 \cdot 0,95}{0,93 \cdot 0,01 + 0,07 \cdot 0,95}$ $= \frac{0,0665}{0,0093 + 0,0665} = 0,8773$ <p>Alternativ ist die Berechnung über eine Vierfeldertafel oder die Umkehrung eines Baumdiagramms möglich.</p> <p>Damit ist davon auszugehen, dass der PC nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8773 tatsächlich einen Mangel an der HDMI-Schnittstelle hat, wenn die Software diesen Defekt anzeigt. Der Wert ist relativ gering, zu erwarten wäre eine zuverlässigere Aussage. Eine Ursache dafür ist, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit $P_H(\overline{ST}) = 0,01$ in Verbindung mit dem hohen Anteil (0,93) an fehlerfreien HDMI-Schnittstellen einen nicht unerheblichen Beitrag zur Wahrscheinlichkeit $P(\overline{ST}) = 0,0093 + 0,0665 = 0,0758$ (dem Nenner des obigen Bruches) liefert.</p>	
3.3	<p>... berechnet, wie viele PCs entnommen werden müssen</p>	7 (II)
	<p>Die Zufallsvariable X: Anzahl der defekten C aus der Ziehung von n PCs aus der Serie ist binomialverteilt.</p> <p>Das Gegenereignis von „mindestens ein PC ist defekt“ ist „kein PC ist defekt“.</p> <p>Aus der Bedingung: $0,95 \leq P(X \geq 1)$</p> <p>Ergibt sich damit:</p>	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	$0,95 \leq P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$ $= 1 - \binom{n}{0} \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^n$ $\Leftrightarrow 0,95 \leq 1 - 0,9^n$ $\Leftrightarrow 0,9^n \leq 0,05$ $\Leftrightarrow n \geq \frac{\lg 0,05}{\lg 0,9} \approx 28,4$ <p>Damit sind mindestens 29 PCs zu überprüfen.</p>	
3.4	... berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass ... höchstens ein defekter ...	5 (I)
	<p>Die Zufallsgröße X: Anzahl der defekten PCs ist binomialverteilt mit gegebenen Parametern $n=50$ und $p=0,1$. Damit folgt für die gesuchte Wahrscheinlichkeit:</p> $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$ $= \binom{50}{0} \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^{50} + \binom{50}{1} \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^{49}$ $= 0,9^{50} + 50 \cdot 0,1 \cdot 0,9^{49}$ $\approx 0,0338$ <p>Die Wahrscheinlichkeit, dass unter 50 überprüften PCs höchstens einer defekt ist, beträgt etwa 0,0338.</p>	
3.5	... erkennt die Zerlegung in die Fälle $n=2$ bis $n=5$... zeigt, dass die Wahrscheinlichkeitsfunktion f ... durch ... gegeben ist	4 (III) 5 (II)
	<p>Bei der Überprüfung zieht die Person mindestens 2 und höchstens 5 PCs zufällig aus der Produktion. Spätestens nach fünf geprüften PCs steht die Entscheidung fest, da unter den ersten fünf geprüften PCs entweder vier PCs o.k. sind oder mindestens zwei defekte PCs gefunden wurden.</p> <p>Es sind also die verschiedenen Fälle zu untersuchen, dass die Entscheidung, die ganze Serie zu überprüfen, nach $n=2$ bis $n=5$ überprüften PCs feststeht.</p> <p>Für jedes dieser n ist die Zufallsgröße X: Anzahl der defekten PCs binomialverteilt mit Parametern n und Wahrscheinlichkeit p.</p> <p>Die Serie wird komplett geprüft, wenn</p> <ul style="list-style-type: none"> - nach 2 geprüften PCs: beide defekt sind - nach 3 geprüften PCs: unter den ersten beiden geprüften PCs genau ein defekter PC ist und der dritte geprüfte PC defekt ist - nach 4 geprüften PC: unter den ersten drei geprüften PCs genau ein PC defekt ist und der 	



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	<p>vierte geprüfte PC defekt ist</p> <ul style="list-style-type: none"> - nach 5 geprüften PC: unter den ersten vier geprüften PCs genau ein PC defekt ist und der fünfte geprüfte PC defekt ist <p>Damit ergibt sich für die gesuchte Wahrscheinlichkeitsfunktion für die Überprüfung aller PCs:</p> <p><i>P(Überprüfung aller PCs)</i></p> $= p^2 + \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^1 \cdot p + \binom{3}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^2 \cdot p + \binom{4}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^3 \cdot p$ $= p^2 \cdot (1 + 2 \cdot (1-p) + 3 \cdot (1-p)^2 + 4 \cdot (1-p)^3)$ $= p^2 \cdot (1 + 2 - 2p + 3 - 6p + 3p^2 + 4 - 12p + 12p^2 - 4p^3)$ $= p^2 \cdot (10 - 20p + 15p^2 - 4p^3)$ <p>und $0 \leq p \leq 1$</p> <p>Damit ergibt sich die Übereinstimmung mit der gegebenen Funktionsvorschrift.</p>	
3.6	... leitet her, wie groß die Wahrscheinlichkeit p maximal sein darf ...	6 (III)
	<p>$f(p) = 10p^2 - 20p^3 + 15p^4 - 4p^5$ ist für $0 \leq p \leq 1$ gegeben.</p> <p>Aus den geforderten Bedingungen ergibt sich, dass ein Maximalwert für p so zu bestimmen ist, dass $f(p) \leq 0,1$ erfüllt ist.</p> <p>Eine Überprüfung mit CAS liefert drei mögliche Lösungen der Gleichung $f(p) = 0,1$. Zwei der Lösungen liegen nicht im betrachteten Intervall für p.</p> <p>Ein Plot der Funktion liefert z. B.:</p>  <p>Zusammen mit einer Vorzeichenprüfung der ersten Ableitung ergibt sich:</p>	



Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)		Punkte maximal (AFB)
<p>f verläuft auf $[0;1]$ streng monoton steigend.</p> <p>Damit kann der gesuchte Wert durch numerische Berechnung mit dem CAS gefunden werden.</p> <p>Es ergibt sich $p_{loes} \approx 0,1122$ als Lösung der Gleichung: $f(p) = 0,1$</p> <p>Aufgrund des Steigungsverhaltens von f gilt damit auch $f(p) \leq 0,1$ für $p \leq p_{loes} \approx 0,1122$</p>		
Summe Aufgabe 3		45

Summe Aufgabe 1 – 3 **135**

b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

Anforderungen		Punkte maximal
	Der Prüfling...	
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik.	4
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3
Summe Darstellungsleistung		15

Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung) **150**



9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik

Name des Prüflings: _____

a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1	(Aufgabenstellung)				
1.1	Der Prüfling ermittelt eine Funktion dritten Grades	8			
1.2	bestimmt die größte Drehzahl im Testprogramm	6			
1.3	berechnet die stärkste Abnahme bzw. Zunahme	6			
1.4	bestimmt die Gesamtzahl der Umdrehungen	6			
1.5	zeigt, dass die ausgesparte Fläche $44,73 \text{ mm}^2$ entspricht	6			
1.6					
1.6.1	leitet eine Formel zur Berechnung des Volumens des Rotationskörpers her	10			
1.6.2	weist nach, dass das Volumen $65\,700 \text{ mm}^3$ beträgt	3			
Summe Aufgabe 1		45			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2	(Aufgabenstellung)				
2.1	Der Prüfling				
2.1.1	berechnet die Koordinaten der Eckpunkte	5			
2.1.2	berechnet die Flächeninhalte der entstehenden Quadrate	5			
2.1.3	stellt die Quadrate grafisch dar	4			
2.2	begründet, dass die Matrix eine Drehung ... bewirkt	5			
2.3	zeigt, dass die ... gegebene Abbildung zerlegt werden kann	8			
2.4	begründet, dass ... das Quadrat irgendwann nicht mehr zu erkennen ist	4			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2.5	leitet her, dass F der einzige Punkt ist ...	6			
2.6	zeigt, dass sich das Quadrat auf F zu bewegt	2			
2.7	leitet die Funktionsvorschrift der inversen Abbildung her	5			
Summe Aufgabe 2		45			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
3	(Aufgabenstellung)				
3.1	Der Prüfling				
3.1.1	zeichnet ein passendes Baumdiagramm	4			
3.1.2	berechnet die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_1	1			
3.1.2	berechnet die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_2	2			
3.1.2	berechnet die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_3	2			
3.2					
3.2.1	berechnet die Wahrscheinlichkeit	6			
3.2.2	beurteilt das Ergebnis im Sachzusammenhang	3			
3.3	berechnet, wie viele PCs entnommen werden müssen	7			
3.4	berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens ein PC defekt ist	5			
3.5					
3.5.1	erkennt die Notwendigkeit der Zerlegung in die Fälle $n=2$ bis $n=5$	4			
3.5.2	zeigt, dass die Wahrscheinlichkeitsfunktion f durch die Funktionsvorschrift gegeben ist	5			
3.6	leitet her, wie groß die Wahrscheinlichkeit p maximal sein darf	6			
Summe Aufgabe 3		45			

Summe inhaltliche Leistung

135



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1.	Der Prüfling stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
Summe Darstellungsleistung		15			

Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)

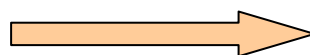
150			
------------	--	--	--



Notenfindung

% Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	schwach ausreichend	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



150

	EK	ZK	DK
Notenpunkte			
Notenpunkte nach Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK Anlage D			

Abschließende Bewertung der Klausur:

_____ (_____ Notenpunkte)

Datum _____ Unterschrift (EK) _____

Datum _____ Unterschrift (ZK) _____

Datum _____ Unterschrift (DK) _____