



**Zentrale Abiturprüfung 2012
Nachschreibtermin
22.05.2012**

**Weiterer Leistungskurs
Mathematik**

Fachbereich Technik

Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler

Aufgabe 1

Beschreibung der Ausgangssituation:

Für eine Serie von Modellschiffen sollen Profile aus Metallblechen ausgeschnitten werden. Die grobe Form des Profils wurde von dem Planer vorgezeichnet und soll zukünftig automatisiert gefertigt werden. In der Planungsphase soll der Schneideverlauf durch mathematische Funktionen beschrieben werden. Die Außenmaße eines Bleches betragen 6 dm x 9 dm.

Die vorgegebenen Koordinaten, durch die die Schneide verlaufen soll, betragen: $P_0(0 | 0)$, $P_1(1 | 2)$, $P_2(2 | 6)$, $P_3(4 | 8)$, $P_4(6 | 8)$. Alle Maße sind in dm angegeben.



Blechstück mit Schneideverlauf

In dem Koordinatensystem im Anhang (siehe Anlage 1, Seite 4) ist der gewünschte Schneideverlauf vorgegeben.

Ein Planer schlägt vor, in einem ersten Schritt den Schneideverlauf mit Hilfe einer ganzrationalen Funktion vierten Grades im Bereich $0 \leq x \leq 6$, x in dm, darzustellen.

Aufgabenstellung

Punkte

- | | | |
|-----|--|------|
| 1.1 | Stellen Sie die gegebenen Punkte im Koordinatensystem im Anhang (siehe Anlage 1, Seite 4) dar und erläutern Sie, warum die Modellierung mit einer ganzrationalen Funktion vierten Grades möglich ist. | 5 P |
| 1.2 | Bestimmen Sie eine ganzrationale Funktion f vierten Grades, deren Graph durch die beschriebenen Punkte verläuft und zeichnen Sie den Graphen in das Koordinatensystem im Anhang (siehe Anlage 1, Seite 4). | 10 P |

Bitte benutzen Sie im Folgenden $f(x) = \frac{13}{120}x^4 - \frac{151}{120}x^3 + \frac{241}{60}x^2 - \frac{13}{15}x$, $x \in [0; 6]$

- | | | |
|-----|--|------|
| 1.3 | Die Schneide startet im Koordinatenursprung und kann nur Punkte mit $x \geq 0$ und $f(x) \geq 0$ ansteuern. Desweiteren ist es technisch nicht möglich, Winkel größer als 76° gegenüber der Horizontalen einzustellen.
Beurteilen Sie die Eignung der Funktion f , den geplanten Schneideverlauf zu beschreiben und diese beiden Vorgaben zu erfüllen. | 10 P |
|-----|--|------|



In einem zweiten Schritt soll der Schneideverlauf mit Hilfe eines kubischen Splines beschrieben werden. An den Verbindungsstellen soll der Übergang „glatt“ (d. h. Übereinstimmung der Werte der Funktion sowie der Werte der ersten und zweiten Ableitung an den Übergangsstellen) verlaufen.

- 1.4 Gehen Sie von einem natürlichen Spline aus, d. h. die Krümmung an den Randstellen ist gleich Null. 9 P

Nennen Sie die Bedingungen, die für das Aufstellen der Funktionsgleichungen $s_1(x)$ bis $s_4(x)$ erforderlich sind und bestimmen Sie daraus die Lösung des Gleichungssystems.

Nutzen Sie im Folgenden das Kontrollergebnis:

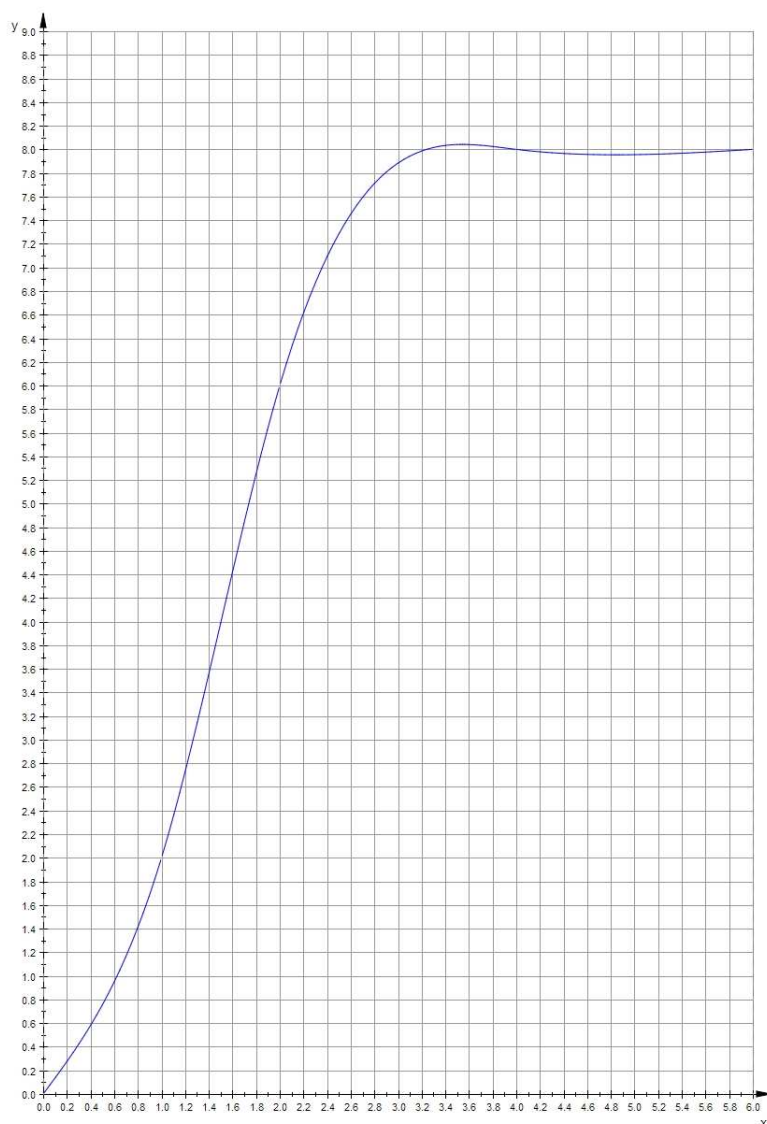
$$s(x) = \begin{cases} s_1(x) = \frac{55}{84}x^3 + \frac{113}{84}x & 0 \leq x < 1 \\ s_2(x) = -\frac{107}{84}x^3 + \frac{81}{14}x^2 - \frac{373}{84}x + \frac{27}{14} & 1 \leq x < 2 \\ s_3(x) = \frac{109}{336}x^3 - \frac{213}{56}x^2 + \frac{619}{42}x - \frac{76}{7} & 2 \leq x < 4 \\ s_4(x) = -\frac{5}{336}x^3 + \frac{15}{56}x^2 - \frac{65}{42}x + \frac{76}{7} & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

- 1.5 Zeichnen Sie den Verlauf des Splines in das Koordinatensystem im Anhang (siehe Anlage 1, Seite 4) und beurteilen Sie die Eignung des Splines, den Schneideverlauf zu beschreiben und die Anforderungen aus 1.3 zu erfüllen. 7 P
- 1.6 Für den Bau der Schiffsmodelle werden die Profileile unterhalb des Funktionsgraphen benötigt. 4 P
- Berechnen Sie, wie viel Prozent des zur Verfügung stehenden Blechs tatsächlich für das Profil genutzt werden.

Gesamtpunkte Aufgabe 1 45 P

Anlage 1: Koordinatensystem mit dem gewünschten Schneideverlauf

Name des Prüflings: _____

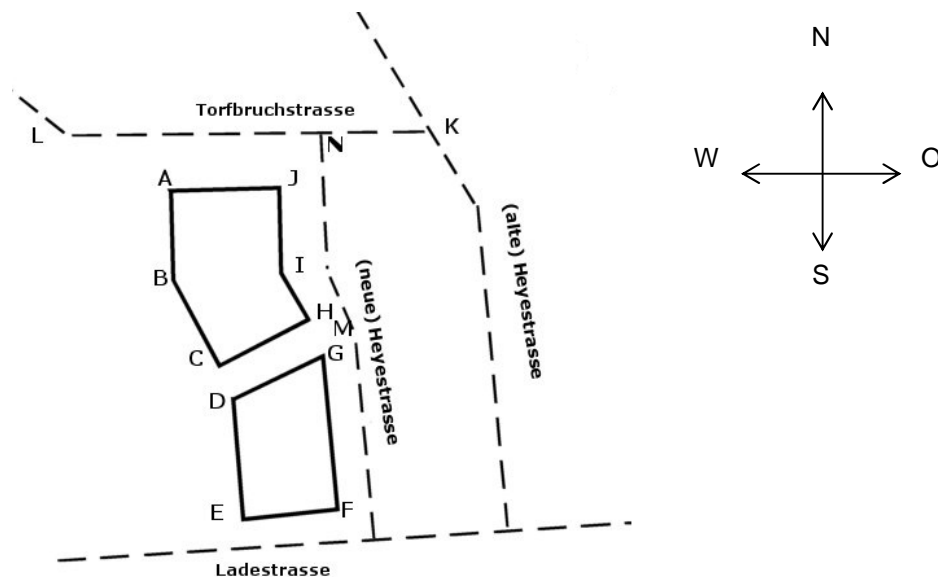


Aufgabe 2

Beschreibung der Ausgangssituation

Bebauung in Gerresheim

Die Stadt Düsseldorf plant eine Teilfläche des ehemaligen Gerresheimer Glashüttengeländes mit Wohngebäuden zu bebauen.



Das gesamte Gelände kann als eben angesehen werden und liegt auf einem Niveau von 46 m ü. NN.

Das Baugebiet westlich der neuen Heyestraße wurde bereits vermessen. In einem zweidimensionalen Koordinatensystem, dessen Ursprung in der südwestlichen Ecke des Planungsgeländes liegt, haben die für die weitere Rechnung erforderlichen Punkte die Koordinaten:

(alle Angaben in m)

Punkt	A	B	C	F	G	H	I	J
x	10	12	52	152	138	128	106	104
y	309	234	160	39	170	199	237	312

Aufgabenstellung

Punkte

- | | | |
|-----|---|-----|
| 2.1 | Ermitteln Sie rechnerisch, dass es sich bei dem Viereck ABIJ um ein Parallelogramm aber um kein Rechteck handelt. | 8 P |
| 2.2 | Ermitteln Sie das Maß der Grundfläche der geplanten Bebauung ABCHIJ. | 6 P |



Im Bebauungsplan sind Schmutzwasserkanäle vorgesehen, deren Verlauf im Folgenden durch ihre Mittelachse beschrieben wird.

Die neue Bebauung soll an einen geradlinigen Kanal angeschlossen werden, welcher unter der Torfbruchstraße zwischen den Punkten L und K mit den Koordinaten L (-79 | 355 | 43) und K (231 | 358 | 40) verläuft.

- 2.3 Für die weiteren Planungen wird die Mittelachse des Schmutzwasserkanals unter der Torfbruchstraße benötigt. Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung k der Mittelachse des Kanals. 4 P

Verwenden Sie im Folgenden die Parameterdarstellung:

$$k : \vec{x} = \begin{pmatrix} -79 \\ 355 \\ 43 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 310 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

- 2.4 Geben Sie die Fließrichtung (Himmelsrichtung) dieses Schmutzwasserkanals an und entscheiden Sie, ob das Gefälle innerhalb der technisch vorgegebenen Toleranzwerte von 0,75 % bis 2 % liegt. 8 P
- 2.5 An den vorhandenen Schmutzwasserkanal k soll ein neuer Kanal angeschlossen werden. Dieser verläuft außerdem
- geradlinig mit einem Gefälle von 1 % hin zur Torfbruchstraße
- in der Projektion auf die Oberfläche parallel zur Kante FG
- unterirdisch unter dem Oberflächenpunkt M (154 | 194).
Leiten Sie eine Parameterdarstellung der Mittelachse dieses Kanals her. 10 P

Im Folgenden soll das geplante Bauwerk über der Fläche ABIJ untersucht werden. Auf der östlichen Seite des geplanten Gebäudekomplexes soll die Dachkante in einer Höhe von 12 m und auf der westlichen Seite soll die Dachkante in einer Höhe von 18 m verlaufen.

- 2.6 Zeigen Sie, dass eine Darstellung der Ebene, die das Gebäude über ABIJ nach oben begrenzt, in Hessescher Normalform durch 9 P

$$\begin{pmatrix} 0,0636 \\ 0,0017 \\ 0,9980 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = 65,031 \text{ gegeben ist.}$$

Bestimmen Sie den Neigungswinkel des Daches gegenüber der $x - y$ - Ebene.

Gesamtpunkte Aufgabe 2 45 P



Aufgabe 3

Beschreibung der Ausgangssituation:

Eine Firma stellt blaue und grüne Kugelschreiber als Werbemittel her. Diese werden hergestellt, gemischt und anschließend in Kartons zu je 50 Stück verpackt. Dabei beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein blauer Kugelschreiber in den Karton gefüllt wird, 0,6.

Aufgabenstellung

Punkte

- 3.1 Die belieferten Einzelhändler fragen immer wieder bestimmte Farbverhältnisse ab. Für die Verkäufer der Kartons an die Einzelhändler sind daher folgende Wahrscheinlichkeiten für das Verkaufsgespräch wichtig: 9 P
- A: In einem Karton sind wenigstens 25, aber höchstens 35 blaue Kugelschreiber.
 - B: In einem Karton befinden sich gleich viele blaue und grüne Kugelschreiber.
 - C: In einem Karton befinden sich mehr blaue als grüne Kugelschreiber.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A, B, C.
- 3.2 Für die Kostenkalkulation sind die zu erwartenden Kosten und der sich daraus errechnende Verkaufspreis wichtig. Die Herstellkosten für 100 blaue Kugelschreiber sind 2,- €, die für 100 grüne 2,50 €. 5 P
- Bestimmen Sie die zu erwartenden Herstellkosten je Karton.
- Bestimmen Sie den Verkaufspreis je Karton, wenn dieser 120 % über den Herstellkosten liegen soll.
- Bei der Herstellung der Kugelschreiber weisen von 1000 Produkten 100 einen Farbfehler auf und 25 haben einen Defekt an der Mine. Beide Fehler treten stochastisch unabhängig voneinander auf.
- 3.3 Gegeben sind die folgenden Ereignisse: 8 P
- D: Der Kugelschreiber besitzt weder einen Farbfehler noch ist die Mine defekt.
 - E: Der Kugelschreiber besitzt höchstens einen der beiden Fehler
- Untersuchen Sie die beiden Ereignisse auf Unabhängigkeit.
- 3.4 In der letzten Zeit ist ein Anstieg der Anzahl der fehlerhaften Kugelschreiber zu beobachten. Dieser ist auf die Erhöhung des Farbfehlers infolge eines Maschinendefektes zurück zu führen. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit für einen Farbfehler, wenn die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses D aus Aufgabe 3.3 auf 0,78 abnimmt. 6 P
- Bestimmen Sie den Wert.

Ein weiterer Produzent stellt ebenfalls Kugelschreiber her und bietet diese dem Einzelhändler an.

Bei der Produktion treten zwei voneinander unabhängige Fehler auf: ein Fehler des Werbeaufdrucks mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,03 und eine defekte Minenmechanik mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,02.

Die Kugelschreiber werden zu je 50 Stück in eine Schachtel verpackt und an einen Abnehmer in einer Sendung zu je 20 Schachteln geliefert.

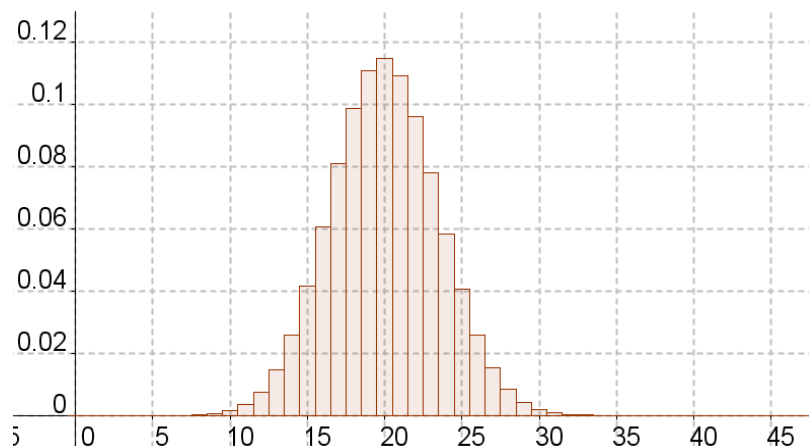
- 3.5 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Sendung genau 50 defekte Kugelschreiber enthält und interpretieren Sie das Ergebnis unter Berücksichtigung der Bemerkung eines Einzelhändlers, dass die berechnete Wahrscheinlichkeit ihm sehr niedrig vorkommt. 6 P

Ein dritter Produzent fertigt Kugelschreiber mit einer Ausschusswahrscheinlichkeit von 0,1 und verpackt jeweils 16 Kugelschreiber in eine Tüte. Er berechnet die Wahrscheinlichkeiten der Zufallsgröße X : *Anzahl der defekten Kugelschreiber*

mit der Poissonverteilung: $P(X = k) \approx \frac{\mu^k}{k!} \cdot e^{-\mu}$ dabei ist $\mu = n \cdot p$.

- 3.6 Betrachtet werden soll das Ereignis:
T: höchstens zwei defekte Kugelschreiber in einer Tüte
Beurteilen Sie die Abweichung des Wertes für die Wahrscheinlichkeit, der sich bei Berechnung mit der Binomialverteilung ergibt, von dem Wert für die Wahrscheinlichkeit unter Verwendung der Poissonverteilung. 5 P

In einem alten Prüfdokument der Produktionsfirma von Kugelschreibern ist das nebenstehende Histogramm zu finden.



- 3.7 Leiten Sie aus den grafischen Daten mögliche Kombinationen für n und p her, die dem Histogramm zugrunde liegen können und bewerten Sie die möglichen Kombinationen durch Berechnung geeigneter Wahrscheinlichkeiten. 6 P

Gesamtpunkte Aufgabe 3 45 P



Materialgrundlage (Quellenangaben, Fundstellen)

Abbildungen wurden selbst erstellt.

Zugelassene Hilfsmittel

Für den Aufgabensatz 2 (mit CAS) sind in der Abiturprüfung 2012 zugelassen:

- Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.
- wissenschaftlicher Taschenrechner,
- Computeralgebrasysteme und / oder Tabellenkalkulation.

Für den Aufgabensatz 2 (mit CAS) sind in der Abiturprüfung 2012 **nicht** zugelassen:

- Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika.

Punktevergabe und Arbeitszeit

Inhaltliche Leistung (Verstehensleistung)	135 Punkte
Darstellungsleistung	15 Punkte
Gesamtpunktzahl	150 Punkte

Bearbeitungszeit	255 Minuten
------------------	-------------