



BERUFSKOLLEG
Berufliches Gymnasium

Zentrale Abiturprüfung 2012
Haupttermin
24.04.2012

Weiterer Leistungskurs
Mathematik

Fachbereich Technik

Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler

Aufgabe 1

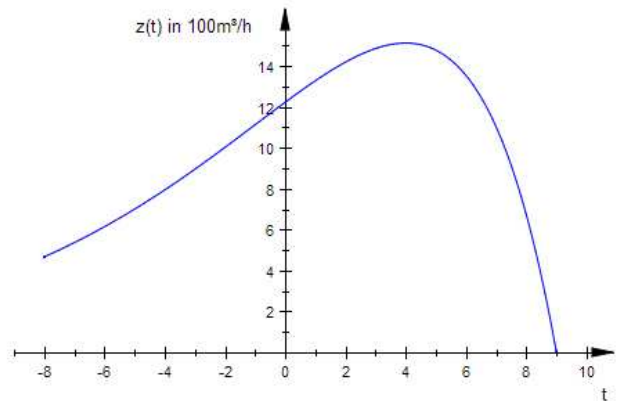
Beschreibung der Ausgangssituation

Regenrückhaltebecken schützen das Kanalnetz bei starken Regenfällen vor Überflutung, indem sie einen Teil des überschüssigen Regenwassers zwischenspeichern und zu einem späteren Zeitpunkt wieder abgeben. Nachfolgend ist die Zulaufatenfunktion eines Regenrückhaltebeckens für den Zeitraum von

16:00 Uhr ($t = -8$) bis 09:00 Uhr ($t = +9$) gegeben.

$$z(t) = (-0,5t + 4,5) \cdot e^{(1+0,2t)} \text{ in } 100 \frac{m^3}{h} \quad t \in [-8; +9] \text{ in h.}$$

Ohne Herleitung können Sie verwenden: $z''(t) = (-0,02t - 0,02) \cdot e^{(1+0,2t)}$



Aufgabenstellung

Punkte

- | | | |
|-----|--|------|
| 1.1 | Berechnen Sie die Uhrzeit, zu der kein Wasser mehr in das Regenrückhaltebecken einfließt. | 4 P |
| 1.2 | Ermitteln Sie die Uhrzeit, zu welcher die Zulaufate maximal war und berechnen Sie, wie hoch diese war. | 10 P |
| 1.3 | Ermitteln Sie, zu welcher Uhrzeit sich die Zulaufate am stärksten änderte. | 9 P |

Das quaderförmige Regenrückhaltebecken ist 50 Meter lang und 30 Meter breit. Zu Beginn des Betrachtungszeitraums um 16:00 Uhr ist das Becken leer.

- | | | |
|-----|---|------|
| 1.4 | Interpretieren Sie im Sachzusammenhang die Bedeutung des Integrals $\int_{-8}^9 (-0,5t + 4,5) \cdot e^{(1+0,2t)} dt$ und leiten Sie daraus die Mindesthöhe des Regenrückhaltebeckens für diesen Fall her. | 12 P |
|-----|---|------|



Für Wartungsarbeiten wird der Zulauf abgesperrt und das Becken entleert. Dabei wird das gespeicherte Wasser mit zeitlich wachsender Abflussrate abgegeben. Die Abflussratenfunktion a kann näherungsweise durch folgende lineare Funktion beschrieben werden

$$a(t) = 100t + 100 \quad \text{mit } t \in \mathbb{R}^{\geq 0} \text{ in h und } a(t) \text{ in } \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

- 1.5 Leiten Sie eine Funktion her, die angibt, wie viel Wasser in m^3 in der Zeit x in Stunden seit Ablaufbeginn abgelaufen ist und bestimmen Sie die Zeit, in der dieses 12 m hoch gefüllte Regenrückhaltebecken vollständig entleert wird. 10 P

Gesamtpunkte Aufgabe 1 45

Aufgabe 2

Beschreibung der Ausgangssituation

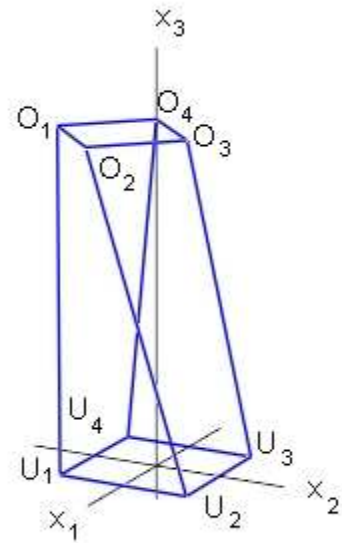
Der Gehry-Tower ist ein neunstöckiges Bürogebäude, das vom bekannten amerikanischen Architekten Frank Gehry entworfen wurde. Durch die aus Edelstahlblechen bestehende Fassade ist der Tower ein Blickfang der Stadt Hannover. Die einzelnen Stockwerke sind gegeneinander verdreht und haben alle eine gleich große, im Wesentlichen quadratische Grundfläche.



Der Gehry-Tower regte einen anderen Architekten an, das skizzierte etwas höhere Bürogebäude „Q“ zu entwerfen.

„Q“ hat eine quadratische horizontale Grundfläche der Seitenlänge 20 m. In 50 m Höhe schließt es mit einer etwas kleineren quadratischen Dachfläche ab.

Der Mittelpunkt der Bodenfläche liegt in der grafischen Darstellung im Ursprung. Aus der Zeichnung sind die vier Eckpunkte der Bodenfläche U_1 , U_2 , U_3 und U_4 und die der Dachfläche O_1 , O_2 , O_3 und O_4 ersichtlich. Alle Hauskanten sind gerade Strecken.



Die Dachfläche ist gegenüber der Grundfläche um 45° verdreht und so in x_1 -Richtung verschoben, dass O_4 auf der x_3 -Achse liegt.

Folgende Koordinaten sind gegeben:

$U_2(10 | 10 | 0)$, $U_3(-10 | 10 | 0)$, $O_2(20 | 0 | 50)$ und $O_3(10 | 10 | 50)$,
alle Angaben in Meter.

Für die Planung des Gebäudes sind einige Berechnungen notwendig.

Aufgabenstellung

Punkte

- 2.1 Die Gerade g_1 verbindet die Punkte U_1 und O_1 , die Gerade g_2 die Punkte U_2 und O_2 und analog sind die Geraden g_3 und g_4 definiert. Bestimmen Sie zunächst die nicht angegebenen Koordinaten für alle Eckpunkte und geben Sie die vier Geradengleichungen g_1 bis g_4 an. 10 P



Sollten Sie keine Geradengleichungen aufgestellt haben, können Sie im Folgenden verwenden:

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} -10 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad g_4: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}, \quad r, s, t, u \in \mathbb{R}$$

2.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Lage der Geraden g_2 und g_3 zueinander. 6 P

2.3 Bestimmen Sie die Ebenengleichung der Bodenfläche in Parameter- und Koordinatenform. 6 P

In verschiedenen Höhen h (in m über der Grundfläche, d. h. $h \in [0; 50]$) haben die Stockwerke viereckige waagerechte Bodenflächen mit den Eckpunkten E_1 bis E_4 .

2.4 Bestimmen Sie in Abhängigkeit von der Höhe h die vier Eckpunkte E_1 bis E_4 eines solchen Vierecks. 6 P

Verwenden Sie im Folgenden die Kontrollergebnisse:

$$E_1(10 | -10 | h) \quad E_2\left(10 + \frac{1}{5}h \mid 10 - \frac{1}{5}h \mid h\right)$$

$$E_3\left(-10 + \frac{2}{5}h \mid 10 \mid h\right) \quad E_4\left(-10 + \frac{1}{5}h \mid -10 + \frac{1}{5}h \mid h\right)$$

2.5 Begründen Sie, dass unabhängig von der Höhe h alle Stockwerke quadratische Grundflächen besitzen. 7 P

2.6 Gesucht ist der Winkel, um den die Bodenfläche des Geschosses mit der Bodenhöhe $h = 20$ m gegenüber dem Grundgeschoss (Bodenhöhe $h = 0$) verdreht ist. 10 P
Berechnen Sie diesen Winkel und begründen Sie Ihre Vorgehensweise.
Hinweis: Beachten Sie, dass die Mittelpunkte der Geschosse nicht übereinander liegen.

Gesamtpunkte Aufgabe 2 45



Aufgabe 3

Beschreibung der Ausgangssituation

Computerprozessoren werden in Massen produziert und verkauft. Um eine optimale Produktion zu gewährleisten, müssen Einzelhändler aber auch Produktionsfirmen mit Hilfe stochastischer und statistischer Methoden den Produktionsprozess untersuchen.

Zur Qualitätskontrolle werden aus der laufenden Produktion zufällig 50 Prozessoren entnommen. Die Firma möchte eine Qualitätsanalyse durchführen, um Beschwerden und damit potentiellen Regressansprüchen möglichst umfassend vorzubeugen. Die binomialverteilte Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der defekten Prozessoren. Erfahrungsgemäß muss bei der Produktion von Prozessoren mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,1 mit Ausschuss gerechnet werden.

Aufgabenstellung

Punkte

- 3.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse: 9 P
- A_1 : genau drei Prozessoren sind defekt,
 - A_2 : höchstens zwei Prozessoren sind defekt,
 - A_3 : die Anzahl der defekten Prozessoren liegt zwischen drei und 49,
 - A_4 : drei Prozessoren sind defekt, der dritte defekte Prozessor ist der zuletzt Entnommene.
- 3.2 Es sollen der laufenden Produktion Prozessoren entnommen werden. 5 P
Leiten Sie her, wie viele mindestens entnommen werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens 0,01 keinen defekten Prozessor zu erhalten.
- Durch regelmäßige Stichproben der täglichen Produktionsmenge von 2000 Stück wird festgestellt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Prozessor defekt ist, weiterhin 0,1 beträgt.
- Die Firma hat sich dazu entschlossen, vor der Auslieferung eine Endkontrolle durchzuführen. Ein geeignetes Prüfgerät erkennt dabei defekte Prozessoren mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 als solche, zeigt jedoch auch mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,04 einwandfreie Prozessoren als fehlerhaft an.
- 3.3 Stellen Sie diesen Sachverhalt in einem Baumdiagramm dar und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Prozessor defekt ist und nicht als solcher erkannt wird. 8 P
- 3.4 Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein durch die Endkontrolle nicht beanstandeter Prozessor defekt ist und damit in den Handel gelangt. 6 P

Nutzen Sie im Folgenden das Kontrollergebnis aus Aufgabe 3.4 $p = 0,0058$.



- 3.5 Der Austausch eines defekten Prozessors nach der Auslieferung durch einen sicher funktionierenden Prozessor verursacht Kosten in Höhe von 4 €. Die Endkontrolle aller Prozessoren kostet je Stück 0,35 €.
Untersuchen Sie, ob die Einführung der Endkontrolle bei der täglichen Produktionsmenge von 2000 Stück zu einer Kostenersparnis oder Kostenbelastung führt und geben Sie diese an. 9 P
- 3.6 Die Firma möchte die Endkontrolle so verbessern, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein als fehlerfrei eingestufteter Prozessor tatsächlich defekt ist, höchstens 0,0056 beträgt.
Hierzu soll die Wahrscheinlichkeit 0,04, dass ein fehlerloser Prozessor irrtümlich für defekt gehalten wird, gesenkt werden.
Leiten Sie den neuen Wert für diese Wahrscheinlichkeit her. 8 P

Gesamtpunkte Aufgabe 3 45



Materialgrundlage (Quellenangaben, Fundstellen)

Bild Aufgabe 2: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/46/Gehry_Tower_Hannover.jpg
(26.03.2012)

Zugelassene Hilfsmittel

Für den Aufgabensatz 1 (ohne CAS) sind in der Abiturprüfung 2012 zugelassen:

- Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten
(Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.)
- Tabellierte kumulierte Binomialverteilung
- nicht programmierbare wissenschaftliche Taschenrechner

Für den Aufgabensatz 1 (ohne CAS) sind in der Abiturprüfung 2012 **nicht** zugelassen:

- Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika,
- Computeralgebrasysteme
- Taschenrechner, die über eines der folgenden Leistungsmerkmale verfügen:
 - o Darstellen von Funktionsgraphen
 - o Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
 - o Numerisches Integrieren oder Differenzieren
 - o Rechnen mit Matrizen und Vektoren

Punktevergabe und Arbeitszeit

| | |
|---|------------|
| Inhaltliche Leistung (Verstehensleistung) | 135 Punkte |
| Darstellungsleistung | 15 Punkte |
| Gesamtpunktzahl | 150 Punkte |

| | |
|------------------|-------------|
| Bearbeitungszeit | 255 Minuten |
|------------------|-------------|