



**BERUFSKOLLEG**  
Berufliches Gymnasium

# **Zentrale Abiturprüfung 2010**

## **Weiterer Leistungskurs Mathematik**

**Fachbereich Technik**



## Aufgabenstellung

### Aufgabe 1 (Stochastik)

(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

#### Beschreibung der Ausgangssituation:

Der Konzern SaveX produziert Platinen mit Speicherbausteinen in Massenproduktion. SaveX wirbt in einer aufwendigen Kampagne damit, dass die Wahrscheinlichkeit für defekte Platinen höchstens  $p = 0,1$  beträgt.

- 1.1** Der Computershop Computrix kauft über einen Zwischenhändler eine kleine Kiste mit 10 Platinen. Computrix wurde versichert, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Defekts bei einer Platine genau  $p = 0,1$  beträgt.

Ein Mitarbeiter behauptet, die Wahrscheinlichkeiten für genau 2 defekte Platinen bzw. für höchstens 2 defekte Platinen pro Kiste seien gleich. Der Chef glaubt diese Behauptung nicht. Berechnen Sie die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten, um zu klären wer recht hat.

**(5 Punkte)**

Aufgrund von Kundenbeschwerden wird vermutet, dass die Ausschussquote des Konzerns SaveX gestiegen ist. Ein firmeninterner Tester bekommt eine Kiste mit 100 Platinen. Wenn weniger als 15 Platinen in der Kiste defekt sind, soll die ursprüngliche Hypothese aus der Werbekampagne, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Defekts bei einer Platine höchstens  $p = 0,1$  beträgt, noch als zutreffend eingestuft werden.

- 1.2** Beschreiben Sie den Fehler 1. Art und berechnen Sie dessen Wahrscheinlichkeit.

**(8 Punkte)**

- 1.3** Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Hypothese aus der Werbekampagne angenommen wird, obwohl die Wahrscheinlichkeit für den Ausschuss auf exakt  $p = 0,2$  gestiegen ist.

**(4 Punkte)**

- 1.4** Da der Konzern kaum Erfahrungen mit Testverfahren hat, soll ein Profi die Aussage, dass die Platinen mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens  $p = 0,1$  defekt sind, überprüfen. Falls die Hypothese verworfen wird, soll die Werbekampagne sofort abgebrochen werden. Der Stichprobenumfang des Tests umfasst 100 Platinen.

Leiten Sie den Verwerfungsbereich der Hypothese her, wenn der Fehler 1. Art mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens  $\alpha = 0,05$  auftreten soll.

Beschreiben Sie die Entscheidungsregel mit eigenen Worten.

**(9 Punkte)**



- 1.5** Für die Entscheidung über den Abbruch der Werbekampagne will das Unternehmen nun folgendes Verfahren anwenden:

Sind bei einer ersten Stichprobe von 50 Platinen mindestens 10 Platinen defekt, so soll die Werbekampagne beendet werden. Findet man 7 bis 9 defekte Platinen, so wird eine zweite Stichprobe im Umfang von 100 Platinen genommen. Die Werbekampagne wird dann gestoppt, wenn sich in dieser zweiten Stichprobe mehr als 12 defekte Platinen befinden. Ansonsten geht sie weiter.

Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Abbruch näherungsweise 0,0652 beträgt, wenn die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Defekts bei einer Platine  $p = 0,1$  ist.

**(12 Punkte)**

- 1.6** Nachdem der Konzern SaveX es geschafft hat, die Wahrscheinlichkeit für seinen Ausschuss auf  $p = 0,05$  zu verringern, bietet er den Kunden folgendes Angebot an: Eine Kiste mit 100 Platinen bringt SaveX Einnahmen von 1500 €. Sollten mehr als 4 defekte Platinen in der Kiste sein, so wird diese zurückgenommen und dem Kunden eine Gutschrift von 100 € ausgezahlt. Berechnen Sie die mittleren Einnahmen des Konzerns bei dieser Aktion.

**(7 Punkte)**



Tabellierte kumulierte Binomialverteilung

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
<b>50</b>	<b>0</b>	3642	2181	1299	0769	0052	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	<b>49</b>	<b>50</b>
	<b>1</b>	7358	5553	4005	2794	0338	0103	0012	0002	0000	0000	0000	0000	0000	<b>48</b>	
	<b>2</b>	9216	8108	6767	5405	1117	0418	0066	0013	0001	0000	0000	0000	0000	<b>47</b>	
	<b>3</b>	9822	9372	8609	7604	2503	1138	0238	0057	0005	0000	0000	0000	0000	<b>46</b>	
	<b>4</b>	9968	9832	9510	8964	4312	2346	0643	0185	0021	0002	0000	0000	0000	<b>45</b>	
	<b>5</b>	9995	9963	9856	9622	6161	3935	1388	0480	0070	0007	0001	0000	0000	<b>44</b>	
	<b>6</b>	9999	9993	9964	9882	7702	5637	2506	1034	0194	0025	0005	0000	0000	<b>43</b>	
	<b>7</b>		9999	9992	9968	8779	7165	3911	1904	0453	0073	0017	0001	0000	<b>42</b>	
	<b>8</b>			9999	9992	9421	8339	5421	3073	0916	0183	0050	0002	0000	<b>41</b>	
	<b>9</b>				9998	9755	9121	6830	4437	1637	0402	0127	0008	0000	<b>40</b>	
	<b>10</b>					9906	9579	7986	5836	2622	0789	0284	0022	0000	<b>39</b>	
	<b>11</b>					9968	9817	8827	7107	3816	1390	0570	0057	0000	<b>38</b>	
	<b>12</b>					9990	9928	9373	8139	5110	2229	1035	0133	0002	<b>37</b>	
	<b>13</b>					9997	9974	9693	8894	6370	3279	1715	0280	0005	<b>36</b>	
	<b>14</b>					9999	9991	9862	9393	7481	4468	2612	0540	0013	<b>35</b>	
	<b>15</b>						9997	9943	9692	8369	5692	3690	0955	0033	<b>34</b>	
	<b>16</b>						9999	9978	9856	9017	6839	4868	1561	0077	<b>33</b>	
	<b>17</b>							9992	9937	9449	7822	6046	2369	0164	<b>32</b>	
	<b>18</b>							9997	9975	9713	8594	7126	3356	0325	<b>31</b>	
	<b>19</b>							9999	9991	9861	9152	8036	4465	0595	<b>30</b>	
	<b>20</b>								9997	9937	9522	8741	5610	1013	<b>29</b>	
	<b>21</b>								9999	9974	9749	9244	6701	1611	<b>28</b>	
	<b>22</b>									9990	9877	9576	7660	2399	<b>27</b>	
	<b>23</b>									9996	9944	9778	8438	3359	<b>26</b>	
	<b>24</b>									9999	9976	9892	9022	4439	<b>25</b>	
	<b>25</b>										9991	9951	9427	5561	<b>24</b>	
	<b>26</b>										9997	9979	9686	6641	<b>23</b>	
	<b>27</b>										9999	9992	9840	7601	<b>22</b>	
	<b>28</b>											9997	9924	8389	<b>21</b>	
	<b>29</b>											9999	9966	8987	<b>20</b>	
	<b>30</b>												9986	9405	<b>19</b>	
	<b>31</b>												9995	9675	<b>18</b>	
	<b>32</b>												9998	9836	<b>17</b>	
	<b>33</b>												9999	9923	<b>16</b>	
	<b>34</b>													9967	<b>15</b>	
	<b>35</b>													9987	<b>14</b>	
	<b>36</b>													9995	<b>13</b>	
	<b>37</b>													9998	<b>12</b>	
<b>n</b>	<b>k</b>	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	<b>k</b>	<b>n</b>



Tabellierte kumulierte Binomialverteilung

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
100	0	1326	0476	0169	0059	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	99	100
	1	4033	1946	0872	0371	0003	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	98	
	2	6767	4198	2321	1183	0019	0002	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	97	
	3	8590	6472	4295	2578	0078	0009	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	96	
	4	9492	8179	6289	4360	0237	0035	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	95	
	5	9845	9192	7884	6160	0576	0106	0004	0000	0000	0000	0000	0000	0000	94	
	6	9959	9688	8936	7660	1172	0267	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	93	
	7	9991	9894	9525	8720	2061	0576	0038	0003	0000	0000	0000	0000	0000	92	
	8	9998	9968	9810	9369	3209	1088	0095	0009	0000	0000	0000	0000	0000	91	
	9		9991	9932	9718	4513	1837	0213	0023	0000	0000	0000	0000	0000	90	
	10		9998	9978	9885	5832	2810	0427	0057	0001	0000	0000	0000	0000	89	
	11			9993	9957	7030	3947	0777	0126	0004	0000	0000	0000	0000	88	
	12			9998	9985	8018	5152	1297	0253	0010	0000	0000	0000	0000	87	
	13				9995	8761	6318	2000	0469	0025	0001	0000	0000	0000	86	
	14				9999	9274	7352	2874	0804	0054	0002	0000	0000	0000	85	
	15					9601	8199	3877	1285	0111	0004	0000	0000	0000	84	
	16					9794	8842	4942	1923	0211	0010	0001	0000	0000	83	
	17					9900	9296	5994	2712	0376	0022	0002	0000	0000	82	
	18					9954	9595	6965	3621	0630	0045	0005	0000	0000	81	
	19					9980	9780	7803	4602	0995	0089	0011	0000	0000	80	
	20					9992	9886	8481	5595	1488	0165	0024	0000	0000	79	
	21					9997	9944	8998	6540	2114	0288	0048	0000	0000	78	
	22					9999	9974	9369	7389	2864	0479	0091	0001	0000	77	
	23						9989	9621	8109	3711	0755	0164	0003	0000	76	
	24						9995	9783	8686	4617	1136	0281	0006	0000	75	
	25						9998	9881	9125	5535	1631	0458	0012	0000	74	
	26						9999	9938	9442	6417	2244	0715	0024	0000	73	
	27							9969	9658	7224	2964	1066	0046	0000	72	
	28							9985	9800	7925	3768	1524	0084	0000	71	
	29							9993	9888	8505	4623	2093	0148	0000	70	
	30							9997	9939	8962	5491	2766	0248	0000	69	
	31							9999	9969	9307	6331	3525	0398	0001	68	
	32								9984	9554	7107	4344	0615	0002	67	
	33								9993	9724	7793	5188	0913	0004	66	
	34								9997	9836	8371	6019	1303	0009	65	
	35								9999	9906	8839	6803	1795	0018	64	
	36								9999	9948	9201	7511	2386	0033	63	
	37									9973	9470	8123	3068	0060	62	
	38									9986	9660	8630	3822	0105	61	
	39									9993	9790	9034	4621	0176	60	
	40									9997	9875	9341	5433	0284	59	
	41									9999	9928	9566	6225	0443	58	
	42									9999	9960	9724	6967	0666	57	
	43										9979	9831	7635	0967	56	
	44										9989	9900	8211	1356	55	
	45										9995	9943	8689	1841	54	
	46										9997	9969	9070	2421	53	
	47										9999	9983	9362	3086	52	
	48										9999	9991	9577	3822	51	
	49											9996	9729	4602	50	
	50											9998	9832	5398	49	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



GAUSSsche Integralfunktion  $\Phi(z)$

$$(\Phi(-z) = 1 - \Phi(z))$$

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
	0,		0,		0,		0,		0,		0,		0,
0,00	5000	0,40	6554	0,80	7881	1,20	8849	1,60	9452	2,00	9772	2,40	9918
0,01	5040	0,41	6591	0,81	7910	1,21	8869	1,61	9463	2,01	9778	2,41	9920
0,02	5080	0,42	6628	0,82	7939	1,22	8888	1,62	9474	2,02	9783	2,42	9922
0,03	5120	0,43	6664	0,83	7967	1,23	8907	1,63	9484	2,03	9788	2,43	9925
0,04	5160	0,44	6700	0,84	7995	1,24	8925	1,64	9495	2,04	9793	2,44	9927
0,05	5199	0,45	6736	0,85	8023	1,25	8944	1,65	9505	2,05	9798	2,45	9929
0,06	5239	0,46	6772	0,86	8051	1,26	8962	1,66	9515	2,06	9803	2,46	9931
0,07	5279	0,47	6808	0,87	8078	1,27	8980	1,67	9525	2,07	9808	2,47	9932
0,08	5319	0,48	6844	0,88	8106	1,28	8997	1,68	9535	2,08	9812	2,48	9934
0,09	5359	0,49	6879	0,89	8133	1,29	9015	1,69	9545	2,09	9817	2,49	9936
0,10	5398	0,50	6915	0,90	8159	1,30	9032	1,70	9554	2,10	9821	2,50	9938
0,11	5438	0,51	6950	0,91	8186	1,31	9049	1,71	9564	2,11	9826	2,51	9940
0,12	5478	0,52	6985	0,92	8212	1,32	9066	1,72	9573	2,12	9830	2,52	9941
0,13	5517	0,53	7019	0,93	8238	1,33	9082	1,73	9582	2,13	9834	2,53	9943
0,14	5557	0,54	7054	0,94	8264	1,34	9099	1,74	9591	2,14	9838	2,54	9945
0,15	5596	0,55	7088	0,95	8289	1,35	9115	1,75	9599	2,15	9842	2,55	9946
0,16	5636	0,56	7123	0,96	8315	1,36	9131	1,76	9608	2,16	9846	2,56	9948
0,17	5675	0,57	7157	0,97	8340	1,37	9147	1,77	9616	2,17	9850	2,57	9949
0,18	5714	0,58	7190	0,98	8365	1,38	9162	1,78	9625	2,18	9854	2,58	9951
0,19	5753	0,59	7224	0,99	8389	1,39	9177	1,79	9633	2,19	9857	2,59	9952
0,20	5793	0,60	7257	1,00	8413	1,40	9192	1,80	9641	2,20	9861	2,60	9953
0,21	5832	0,61	7291	1,01	8438	1,41	9207	1,81	9649	2,21	9864	2,61	9955
0,22	5871	0,62	7324	1,02	8461	1,42	9222	1,82	9656	2,22	9868	2,62	9956
0,23	5910	0,63	7357	1,03	8485	1,43	9236	1,83	9664	2,23	9871	2,63	9957
0,24	5948	0,64	7389	1,04	8508	1,44	9251	1,84	9671	2,24	9875	2,64	9959
0,25	5987	0,65	7422	1,05	8531	1,45	9265	1,85	9678	2,25	9878	2,65	9960
0,26	6026	0,66	7454	1,06	8554	1,46	9279	1,86	9686	2,26	9881	2,66	9961
0,27	6064	0,67	7486	1,07	8577	1,47	9292	1,87	9693	2,27	9884	2,67	9962
0,28	6103	0,68	7517	1,08	8599	1,48	9306	1,88	9699	2,28	9887	2,68	9963
0,29	6141	0,69	7549	1,09	8621	1,49	9319	1,89	9706	2,29	9890	2,69	9964
0,30	6179	0,70	7580	1,10	8643	1,50	9332	1,90	9713	2,30	9893	2,70	9965
0,31	6217	0,71	7611	1,11	8665	1,51	9345	1,91	9719	2,31	9896	2,71	9966
0,32	6255	0,72	7642	1,12	8686	1,52	9357	1,92	9726	2,32	9898	2,72	9967
0,33	6293	0,73	7673	1,13	8708	1,53	9370	1,93	9732	2,33	9901	2,73	9968
0,34	6331	0,74	7704	1,14	8729	1,54	9382	1,94	9738	2,34	9904	2,74	9969
0,35	6368	0,75	7734	1,15	8749	1,55	9394	1,95	9744	2,35	9906	2,75	9970
0,36	6406	0,76	7764	1,16	8770	1,56	9406	1,96	9750	2,36	9909	2,76	9971
0,37	6443	0,77	7794	1,17	8790	1,57	9418	1,97	9756	2,37	9911	2,77	9972
0,38	6480	0,78	7823	1,18	8810	1,58	9429	1,98	9761	2,38	9913	2,78	9973
0,39	6517	0,79	7852	1,19	8830	1,59	9441	1,99	9767	2,39	9916	2,79	9974



**Aufgabe 2 (Lineare Algebra / Analytische Geometrie)**

**(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)**

**Beschreibung der Ausgangssituation:**

Für eine gute Bilddarstellung auf Routenplanern oder Computern ist es notwendig, das Bild bzw. die Karte zu verschieben, zu vergrößern oder zu drehen. Dazu benötigt man grundlegende Operationen im zweidimensionalen Raum.

Gegeben sei beispielsweise ein Rechteck R mit den Eckpunkten A(6|-4), B(6|4), C(-6|4) und D(-6|-4).

- 2.1** Das Rechteck R soll durch eine zentrische Streckung um den Faktor 3 mit dem Koordinatenursprung als Zentrum gestreckt werden und dann so verschoben werden, dass der Mittelpunkt des Rechtecks in den Punkt M(8|6) gelegt wird. Berechnen Sie die Eckpunkte des neuen Rechtecks R'.

**(7 Punkte)**

- 2.2** Das Rechteck R wird durch die Abbildungsmatrix  $T_\gamma$  um den Koordinatenursprung gedreht.

Ermitteln Sie um welchen Winkel  $\gamma$  gedreht wird wenn  $T_\gamma = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  ist.

Bestimmen Sie den Bildpunkt des Rechteckpunktes A.

**(7 Punkte)**

- 2.3** Leiten Sie her, dass die Abbildungsmatrix  $T_\gamma = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}$  eine Drehung um den Winkel  $\gamma$  mit dem Koordinatenursprung als Zentrum angibt.

**(8 Punkte)**

- 2.4** Die Matrix  $T_4 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$  ist Abbildungsmatrix einer zentrischen Streckung mit dem Faktor 4

und dem Koordinatenursprung als Zentrum.

Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix  $T_g$ , die diese zentrische Streckung und eine Drehung um einen Winkel von  $90^\circ$  um den Koordinatenursprung bewirkt.

**(8 Punkte)**

Rechnen Sie im Folgenden mit  $T_g = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$  weiter.

- 2.5** Bestimmen Sie die Matrix  $T_h = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  so, dass  $T_h \cdot T_g$  die Einheitsmatrix  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  ist.

Erläutern Sie, welche geometrische Abbildung mit der Matrix  $T_h$  beschrieben wird.

**(8 Punkte)**

- 2.6** Gegeben ist die Abbildungsmatrix:  $T = \begin{pmatrix} 0,8 & -0,6 \\ -0,6 & -0,8 \end{pmatrix}$

Leiten Sie her, welche Punkte durch diese Abbildungsmatrix auf sich selbst abgebildet werden. Bestimmen Sie, welche dieser Punkte auf den Rechteckseiten des Rechtecks R liegen.

**(7 Punkte)**



**Auswahlaufgabe 3 (Analysis ohne CAS)**

**(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)**

**Beschreibung der Ausgangssituation:**

Eine Projektgruppe eines Berufskollegs hat einen Roboterbausatz weiterentwickelt und die Ergebnisse auf einer Homepage vorgestellt. Die Funktion  $b$  mit der Gleichung  $b(t) = 0,5 \cdot t^2 \cdot e^{-0,05t}$  beschreibt näherungsweise die Besucherzahl in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ . Dabei ist  $t$  in Tagen angegeben.

- 3.1** Bestimmen Sie den Zeitpunkt mit der größten Besucherzahl und geben Sie diese an.

**(9 Punkte)**

- 3.2** Ermitteln Sie, wann die Besucherzahl am stärksten gestiegen ist und am stärksten nachgelassen hat.

**(9 Punkte)**

Kontrollergebnisse für 3.1 und 3.2:

$$b'(t) = e^{-0,05t} (t - 0,025t^2) \quad b''(t) = e^{-0,05t} (0,00125t^2 - 0,1t + 1)$$

- 3.3** Skizzieren Sie den Graphen der Funktion im Bereich  $0 \leq t \leq 200$ .

Erläutern Sie, warum die Einschränkung auf diesen Bereich für die Situation sinnvoll ist.

**(10 Punkte)**

Die Projektgruppe möchte das Interesse an ihrem Projekt erfassen. Als Maß für das Interesse bis

zur Zeit  $t_1 = T$  kann das Integral  $M(T) = \int_0^T b(t) dt$  verwendet werden.

- 3.4** Weisen Sie durch Integration nach, dass gilt:

$$M(T) = 8000 - e^{-0,05T} \cdot (10T^2 + 400T + 8000).$$

**(9 Punkte)**

- 3.5** Berechnen Sie das Maß des Interesses an der Homepage in den ersten 180 Tagen.

Weisen Sie nach, dass sich dieses Maß nach diesen 180 Tagen nicht mehr wesentlich ändert.

**(8 Punkte)**

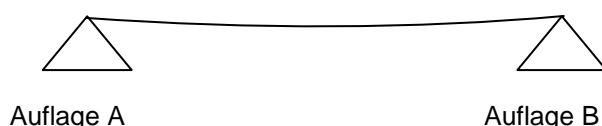


**Auswahlaufgabe 4 (Analysis mit CAS)**

**(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)**

**Beschreibung der Ausgangssituation:**

Durchbiegungen spielen bei vielen Konstruktionen in der Bau- und Maschinenbautechnik eine Rolle. Damit ist die „Biegelehre“ als Theorie ein wichtiges Teilgebiet der „Technischen Mechanik“. Um beispielsweise Leisten zu untersuchen, werden diese auf zwei Auflagen gelegt (siehe Abbildung).



- 4.1** Legt man verschiedene Leisten an ihren Enden auf zwei Auflagen A und B mit dem Abstand  $\overline{AB} = a$ , so biegen sie sich durch. In einem Koordinatensystem kann die Seitenansicht der verbogenen Leisten durch die Funktionenschar

$$d_a(x) = -\frac{1}{1000} \cdot (x^2 - ax) \cdot (x^2 - ax - a^2) \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq a$$

beschrieben werden. Der Parameter  $a$ , die Variable  $x$  und die Funktionswerte sind in cm angegeben. Die Einheiten können innerhalb der Rechnungen vernachlässigt werden.

Beschreiben Sie anhand von Funktionsgraphen für verschiedene Parameter  $a$  qualitativ die mathematische Bedeutung des Parameters  $a$  und den Einfluss von  $a$  auf das Durchbiegeverhalten zwischen den Auflagen.

Skizzieren Sie dazu mindestens einen Graphen in Ihren schriftlichen Ausarbeitungen.

**(8 Punkte)**

- 4.2** Leiten Sie unter Verwendung der Funktionenschar  $d_a$  aus 4.1 her, für welchen Abstand  $a$  der Auflagen die maximale Durchbiegung der aufgelegten Leiste 1,28 cm beträgt.

**(5 Punkte)**

Eine andere Leiste wird nun im Punkt A fest eingespannt, so dass sie dort waagerecht ist. Sie liegt im Abstand von 25 cm auf der gleich hohen Auflage B lose auf. In der Mitte zwischen Befestigungs- und Auflagepunkt beträgt die Durchbiegung aufgrund des Eigengewichts der Leiste 1,5 cm. (Dies ist nicht die Stelle maximaler Durchbiegung.) Die Leiste ist zwischen der Stelle maximaler Durchbiegung und der Auflage B links gekrümmt, danach rechts gekrümmt.

- 4.3** Die eingespannte Leiste kann durch eine Funktion 4. Grades beschrieben werden. Stellen Sie die Bedingungen für diese Funktion auf. Ermitteln Sie daraus die Funktionsgleichung.

Kontrollerggebnis:  $f(x) = -0,00003072 \cdot x^4 + 0,00192 \cdot x^3 - 0,0288 \cdot x^2$

**(7 Punkte)**



Verwenden Sie das Kontrollergebnis aus 4.3 für die nachfolgenden Berechnungen.

- 4.4** Berechnen Sie die Stelle und den Betrag der maximalen Durchbiegung für die Leiste aus 4.3.  
**(8 Punkte)**

Eine dritte Leiste wird durch die Funktion  $g(x) = -0,000036x^4 + 0,0023x^3 - 0,034x^2$  beschrieben.

- 4.5** Vergleichen Sie die Lage dieser dritten Leiste mit der Lage der Leiste aus 4.3, indem Sie jeweils die maximale Durchbiegung und die Auflagepunkte berechnen.  
**(7 Punkte)**

Im Folgenden werden die Längen der gebogenen Leisten untersucht. Für die Berechnung der Länge

eines Bogens zwischen den Stellen a und b gilt allgemein die Formel  $l = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

- 4.6** Bestimmen Sie die Länge der Leiste (Funktion f aus 4.3) zwischen den beiden Auflagepunkten A und B.  
**(4 Punkte)**

- 4.7** Vergleichen Sie für die beiden Leisten (Funktion f aus 4.3 und Funktion g aus 4.5) die Lage der Endpunkte bei gegebener Länge von jeweils  $l = 30$  cm.

[Sollten Sie keine direkte Lösung finden, ermitteln Sie Werte für die Bogenlängen der Leisten in Abhängigkeit von festen oberen Integrationsgrenzen und verwenden Sie die so ermittelten Werte zur Ermittlung einer Näherungslösung (Genauigkeit für die zu bestimmende obere Integrationsgrenze: eine Nachkommastelle).]

**(6 Punkte)**