



**BERUFSKOLLEG**  
Berufliches Gymnasium

# **Zentrale Abiturprüfung 2010**

## **Weiterer Leistungskurs Mathematik**

**Fachbereich Technik**

**Unterlagen für die Lehrkraft**



## 1 Konstruktionsmerkmale der Aufgabe

Aufgaben	Aufgabenarten
Aufgabe 1	Stochastik - Platinen
Aufgabe 2	Lineare Algebra / Analytische Geometrie - Computerrechteck
Auswahlaufgabe 3	Analysis ohne CAS - Homepage
Auswahlaufgabe 4	Analysis mit CAS - Biegelehre

## 2 Aufgabenstellung (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)

## 3 Materialgrundlage

entfällt

## 4 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2010

In den vier Aufgaben spiegeln sich die im Punkt 3.1 der „Vorgaben für die Abiturprüfung am Berufskolleg im Jahr 2010“ aufgeführten inhaltlichen Schwerpunkte wieder.

## 5 Zugelassene Hilfsmittel

- Für die Abiturprüfung 2010 sind zugelassen:
  - Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.
  - nicht programmierbare wissenschaftliche Taschenrechner.
- In der Abiturprüfung 2010 sind **nicht** zugelassen:
  - Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika
  - Computeralgebrasysteme (außer für die alternative Aufgabe aus dem Sachgebiet Analysis (siehe Punkt 6)),
  - Taschenrechner, die über eines der folgenden Leistungsmerkmale verfügen:
    - Darstellen von Funktionsgraphen
    - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
    - Numerisches Integrieren oder Differenzieren
    - Rechnen mit Matrizen und Vektoren



- In der Abiturprüfung 2010 sind nur für die alternative Aufgabe aus dem Sachgebiet Analysis (siehe Punkt 6) Computeralgebrasysteme als weiteres erforderliches Hilfsmittel zugelassen.

Das eingesetzte CAS sollte mindestens folgende Funktionen umfassen

- Wertetabellen erstellen
- algebraische Ausdrücke vereinfachen und vergleichen
- algebraische Gleichungen lösen
- lineare Gleichungssysteme lösen und Matrizenberechnung durchführen
- Funktionen algebraisch differenzieren und integrieren
- Funktionen und Daten zweidimensional graphisch darstellen

## 6 Hinweise zur Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling

Für die Abiturprüfung 2010 erhält die Schule insgesamt vier Aufgaben:

- insgesamt zwei Aufgaben (Aufgabe 1 und 2) aus den Themengebieten Lineare Algebra / Analytische Geometrie und Stochastik,
- zwei Aufgaben zur Analysis.

Die beiden Aufgaben aus den Themengebieten Lineare Algebra / Analytische Geometrie und Stochastik sind verbindlich zu bearbeiten.

Von den beiden Aufgaben zur Analysis wählt die Fachlehrerin / der Fachlehrer eine Aufgabe zur Bearbeitung aus. Diese Aufgaben unterscheiden sich durch den Einsatz der zugelassenen Hilfsmittel.

Somit erhalten die Schülerinnen und Schüler drei voneinander unabhängig lösbare Aufgaben.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrerin / der Fachlehrer der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Sollte sich die Fachlehrerin / der Fachlehrer für die Analysis-Aufgabe **ohne** CAS-Einsatz entscheiden, so können die drei Aufgaben in der festgelegten Bearbeitungszeit insgesamt in beliebiger Reihenfolge bearbeitet werden.

Sollte sich die Fachlehrerin / der Fachlehrer für die Analysis-Aufgabe **mit** CAS-Einsatz entscheiden, sind folgende Hinweise zu beachten:

- Die Schülerinnen und Schüler erhalten zu Beginn der Bearbeitungszeit die drei zu bearbeitenden Aufgaben.

Die Schülerinnen und Schüler geben individuell nach Bearbeitung die beiden Lösungen der Aufgaben zur Linearen Algebra / Analytischen Geometrie und Stochastik und ggf. Zahlentheorie ab. Im Gegenzug wird ihnen das Computeralgebrasystem zur Verfügung gestellt. Ein weiteres Bearbeiten der ersten zwei Aufgaben ist danach nicht mehr möglich. Die Abgabezeit für die Aufgaben 1 und 2 wird von der Fachlehrerin / dem Fachlehrer bzw. der aufsichtführenden Lehrkraft protokolliert.

- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PC's bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrift textlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.



- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin / dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.



## 7 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

Alternative, fachlich korrekte Lösungswege werden entsprechend bewertet.

### Teilleistungen – Kriterien

#### a) inhaltliche Leistung

#### Aufgabe 1

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
1.1	<p>X sei die Zufallsvariable, die die Anzahl der defekten Platinen unter 10 gekauften Platinen beschreibt. X ist eine binomialverteilte Zufallsgröße der Kettenlänge <math>n = 10</math> und der Erfolgswahrscheinlichkeit <math>p = 0,1</math>. Daraus folgt für die gesuchten Wahrscheinlichkeiten</p> $P(\text{genau 2 defekte Platinen}) = P(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^8 = 0,194$ $P(\text{höchstens 2 defekte Platinen}) = P(X \leq 2)$ $= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$ $= 0,9^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^9 + \binom{10}{2} \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^8 = 0,93$	5(I)
1.2	<p>X sei eine binomialverteilte Zufallsgröße der Kettenlänge <math>n = 100</math>. Die Erfolgswahrscheinlichkeit ist unverändert geblieben. Die Hypothese lautet: Die Wahrscheinlichkeit für Ausschuss ist <math>p \leq 0,1</math> Entscheidungsregel: Wenn mindestens 15 defekte Platinen in der Kiste sind, dann wird die Hypothese verworfen. Der Fehler 1. Art wird gemacht, wenn die Hypothese <math>p \leq 0,1</math> richtig ist, aber dennoch verworfen wird. Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art ist dann: <math>P(X \geq 15) = 1 - P(X \leq 14) = 1 - 0,9274 = 0,0726</math></p>	3(I) 5(II)
1.3	<p>Y sei eine binomialverteilte Zufallsgröße der Kettenlänge <math>n = 100</math> mit Erfolgswahrscheinlichkeit <math>p = 0,2</math>. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Hypothese angenommen wird, obwohl <math>p = 0,2</math> richtig ist: <math>P(Y &lt; 15) = P(Y \leq 14) = 0,0804</math></p>	4(I)
1.4	<p>X sei eine binomialverteilte Zufallsgröße der Kettenlänge <math>n = 100</math>. Zu untersuchen ist die Hypothese: <math>p \leq 0,1</math> Die Hypothese wird verworfen, wenn zu viele defekte Platinen gefunden werden. Der Verwerfungsbereich der Hypothese ist <math>[k ; 100]</math>, wobei der kritische Wert k zu bestimmen ist. Da der Fehler 1. Art nur mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens <math>p = 0,05</math> auftreten soll, muss <math>P(X \geq k) \leq 0,05</math> gelten. Mit Hilfe der Tabelle lässt sich feststellen, dass</p>	4(II) 5(III)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	$P(X \geq 15) = 1 - P(X \leq 14) = 0,0726$ und $P(X \geq 16) = 1 - P(X \leq 15) = 0,0399$ gilt. Somit muss der kritische Wert $k = 16$ sein und die Entscheidungsregel folgendermaßen lauten: Verwirf die Hypothese, wenn mindestens 16 defekte Platinen in der Kiste enthalten sind.	
1.5	<p>X sei eine binomialverteilte Zufallsgröße der Kettenlänge <math>n = 50</math> und Y sei eine binomialverteilte Zufallsgröße der Kettenlänge <math>n = 100</math>.  Die Erfolgswahrscheinlichkeit ist stets <math>p = 0,1</math>.  Die Wahrscheinlichkeit, dass die Werbeaktion nach der ersten Stichprobe abgebrochen wird, ist <math>P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 0,0245</math>.  Die Wahrscheinlichkeit, dass die Werbeaktion nach der zweiten Stichprobe abgebrochen wird, ist gemäß der Pfadmultiplikationsregel</p> $P(7 \leq X \leq 9) \cdot P(Y > 12) = (P(X \leq 9) - P(X \leq 6)) \cdot (1 - P(Y \leq 12))$ $= (0,9755 - 0,7702) \cdot (1 - 0,8018) = 0,0407$ <p>Insgesamt ist die Wahrscheinlichkeit gemäß der Pfadadditionsregel</p> $P(X \geq 10) + P(7 \leq X \leq 9) \cdot P(Y > 12) = 0,0652$	4(II) 8(III)
1.6	<p>X sei eine binomialverteilte Zufallsgröße der Kettenlänge <math>n = 100</math> und <math>p = 0,05</math>.  Die Zufallsvariable Y gebe die Einnahmen des Konzerns pro Kiste an.  Um die mittleren Einnahmen des Konzerns pro Kiste zu bestimmen, muss man den Erwartungswert <math>E[Y]</math> bestimmen.</p> $E[Y] =$ $1500\text{€} \cdot P(X \leq 4) - 100\text{€} \cdot P(X > 4)$ $= 1500\text{€} \cdot 0,4360 - 100\text{€} \cdot (1 - 0,4360)$ $= 597,60\text{€}$	2(I) 5(II)
	<b>Summe Aufgabe 1</b>	<b>45</b>



**Aufgabe 2**

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
2.1	<p>Eine zentrische Streckung mit dem Faktor 3 mit dem Koordinatenursprung als Zentrum wird durch die Matrix <math>T_s = \begin{pmatrix} 3 &amp; 0 \\ 0 &amp; 3 \end{pmatrix}</math> beschrieben. Da der Mittelpunkt des Rechtecks R der Koordinatenursprung ist, muss jeder Punkt dann um 8 Koordinateneinheiten in x- und 6 Koordinateneinheiten in y-Richtung verschoben werden.</p> <p>Die Abbildung, die der Prüfling nicht explizit angeben muss, ist <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; 0 \\ 0 &amp; 3 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Zur Berechnung der Eckpunktkoordinaten des Rechtecks R' setzt man für <math>\vec{x}</math> den Ortsvektor jedes einzelnen Eckpunktes ein: A' (26 -6); B'(26 18); C'(-10 18); D'(-10 -6)</p>	5(I) 2(II)
2.2	<p>Da bekannt ist, dass es sich um eine Drehmatrix um den Koordinatenursprung handelt, reicht es mit Hilfe eines Matricelements den Winkel zu berechnen.</p> $\gamma = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$ <p>Der Ortsvektor des Bildpunktes von A ist</p> $T_\gamma \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$	4(I) 3(II)
2.3	<p>Sei <math>\alpha</math> der Winkel, den der Ortsvektor eines beliebigen Punktes P(x y) mit der x-Achse einschließt. Die Koordinaten des Punktes P lassen sich durch <math>x = r \cdot \cos \alpha</math> und <math>y = r \cdot \sin \alpha</math>, wobei r die Länge des Ortsvektors ist, angeben. Dreht man den Punkt um den Winkel <math>\gamma</math> um den Koordinatenursprung, dann muss der Bildpunkt P'(x' y') folgende Koordinaten besitzen: <math>x' = r \cdot \cos(\alpha + \gamma)</math> und <math>y' = r \cdot \sin(\alpha + \gamma)</math>.</p> <p>Demnach gilt</p> $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos(\alpha + \gamma) \\ r \cdot \sin(\alpha + \gamma) \end{pmatrix} = T_\gamma \cdot \begin{pmatrix} r \cdot \cos(\alpha) \\ r \cdot \sin(\alpha) \end{pmatrix} = T_\gamma \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ <p>Nutzt man die Additionstheoreme, dann folgt</p> $\begin{pmatrix} r \cdot (\cos \alpha \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma) \\ r \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \gamma + \cos \alpha \cdot \sin \gamma) \end{pmatrix} = T_\gamma \cdot \begin{pmatrix} r \cdot \cos(\alpha) \\ r \cdot \sin(\alpha) \end{pmatrix}$ <p>Ersetzt man wieder <math>r \cdot \cos \alpha</math> durch x und <math>r \cdot \sin \alpha</math> durch y, so erhält man:</p> $\begin{pmatrix} x \cdot \cos \gamma - y \cdot \sin \gamma \\ x \cdot \sin \gamma + y \cdot \cos \gamma \end{pmatrix} = T_\gamma \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ und somit } T_\gamma = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}$ <p>Analog kann die Drehung <math>T_\gamma</math> anhand der Bilder von <math>\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}</math> und <math>\vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}</math> begründet werden: <math>T_\gamma \cdot \vec{e}_x = \begin{pmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma \end{pmatrix} = \vec{e}_{x'}</math> und <math>T_\gamma \cdot \vec{e}_y = \begin{pmatrix} -\sin \gamma \\ \cos \gamma \end{pmatrix} = \vec{e}_{y'}</math>.</p>	8(III)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
2.4	<p>Gegeben ist <math>T_4 = \begin{pmatrix} 4 &amp; 0 \\ 0 &amp; 4 \end{pmatrix} \cdot T_{90^\circ} = \begin{pmatrix} 0 &amp; -1 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>Die gesuchte Matrix ist die Matrix der Verkettung der beiden Abbildungen, somit das Produkt der beiden Matrizen.</p> $T_g = T_4 \cdot T_{90^\circ} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$	5(I) 3(II)
2.5	<p>Gesucht ist die Matrix <math>T_h = \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix}</math> mit <math>\begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 &amp; -4 \\ 4 &amp; 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>.</p> $\begin{pmatrix} 4b & -4a \\ 4d & -4c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow a = d = 0; b = \frac{1}{4}; c = -\frac{1}{4}$ <p>Da sich bei der Multiplikation von <math>T_h</math> und <math>T_g</math> die Einheitsmatrix ergibt, bildet die Verkettung der Abbildungen jeden Punkt auf sich selbst ab. Deshalb kehrt die Abbildungsmatrix <math>T_h</math> die Abbildung mit der Matrix <math>T_g</math> um. Die Matrix <math>T_h</math> beschreibt also eine zentrische Streckung mit dem Faktor <math>\frac{1}{4}</math> mit dem Koordinatenursprung als Zentrum und eine Drehung um <math>-90^\circ</math> um den Koordinatenursprung.</p>	4(II) 4(II)
2.6	<p>Die Matrix T bildet einen Punkt P(x y) auf sich selbst ab, wenn die Koordinaten <math>\begin{pmatrix} 0,8 &amp; -0,6 \\ -0,6 &amp; -0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}</math> erfüllen.</p> $\begin{aligned} 0,8x - 0,6y &= x & -0,2x - 0,6y &= 0 \\ -0,6x - 0,8y &= y & -0,6x - 1,8y &= 0 \end{aligned} \Leftrightarrow$ <p>Addiert man das Dreifache der 1. Gleichung und die 2. Gleichung, so ergibt dies <math>0=0</math>.</p> <p>Somit werden alle Punkte, welche die Gleichung <math>-0,2x - 0,6y = 0</math> oder <math>\vec{x} = \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}</math> erfüllen, auf sich selbst abgebildet. Für das Rechteck R sind das die Punkte <math>(-6 2)</math> und <math>(6 -2)</math>.</p>	2(II) 5(III)
	<b>Summe Aufgabe 2</b>	<b>45</b>

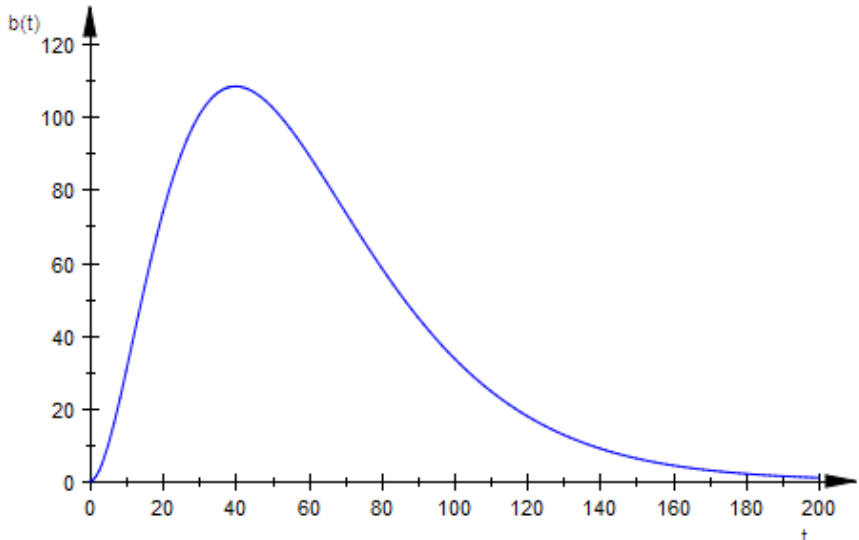




Auswahlaufgabe 3

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
3.1	$b(t) = 0,5t^2 e^{-0,05t}$ Bildung der erforderlichen Ableitungen $b'(t) = te^{-0,05t} + 0,5t^2(-0,05)e^{-0,05t} = e^{-0,05t}(t - 0,025t^2)$ $b''(t) = -0,05e^{-0,05t}(t - 0,025t^2) + e^{-0,05t}(1 - 0,05t)$ $b''(t) = e^{-0,05t}(0,00125t^2 - 0,1t + 1)$ notwendige Bedingung: $b'(t) = 0$ $e^{-0,05t}(t - 0,025t^2) = 0$ Lösungen: $t_{e1} = 0$ ; $t_{e2} = 40$ hinreichende Bedingung: $b''(t) \neq 0$ $b''(0) = 1 > 0 : \text{Min}$ und $b''(40) = -1 < 0 : \text{Max}$ $b(40) = 108,27$ $P_{\max}(40   108,27)$ Daraus ergibt sich, dass zum Zeitpunkt $t_{\max} = 40$ die Seite von 108 Personen besucht wurde.	4(I) 5(II)
3.2	$b(t) = 0,5t^2 e^{-0,05t}$ notwendige Bedingung: $b''(t) = 0$ $e^{-0,05t}(0,00125t^2 - 0,1t + 1) = 0$ es ergibt sich: $t_{w1} = 11,72$ und $t_{w2} = 68,28$ ( $e^{-0,05t} \neq 0$ ) Die hinreichende Bedingung ergibt $b'''(11,72) \neq 0$ und $b'''(68,28) \neq 0$ Damit sind die Stellen der stärksten Änderung bestimmt.	4(I) 5(II)

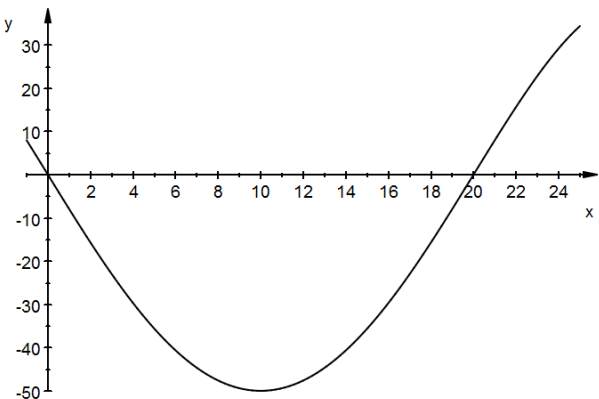


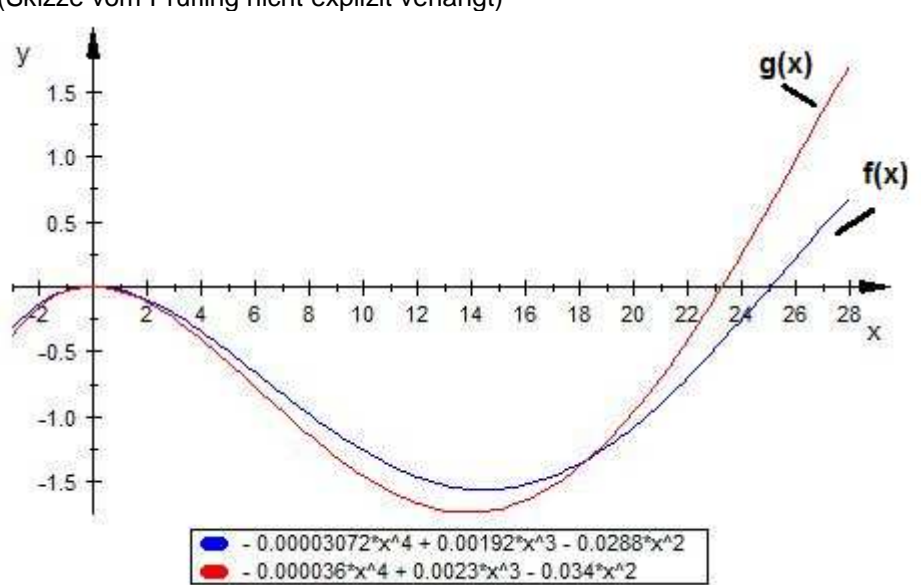
	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
3.3	 <p>Der Startwert <math>t_S = 0</math> wird mit dem Start der Veröffentlichung der Homepage festgelegt. Bei <math>t_E = 200</math> ist die Besucherzahl schon unter 1 gesunken.</p>	6(I) 4(II)
3.4	$b(t) = 0,5t^2 e^{-0,05t}$ <p>Ermittlung einer Stammfunktion mit Hilfe der partiellen Integration</p> $B(t) = 0,5 \int t^2 e^{-0,05t} dt$ $B(t) = 0,5 \left[ t^2 (-20 e^{-0,05t}) - 2 \int t (-20 e^{-0,05t}) dt \right]$ $B(t) = 0,5 \left[ -20t^2 \cdot e^{-0,05t} + 40 \int t e^{-0,05t} dt \right]$ $B(t) = 0,5 \left[ -20t^2 \cdot e^{-0,05t} + 40 \left( -20t \cdot e^{-0,05t} - 400 e^{-0,05t} \right) \right]$ $B(t) = -0,5 e^{-0,05t} \cdot (20t^2 + 800t + 16000)$ $B(t) = -e^{-0,05t} \cdot (10t^2 + 400t + 8000)$ <p>Damit ergibt sich für das Maß zur Zeit T:</p> $M(T) = B(T) - B(0) = -e^{-0,05T} \cdot (10T^2 + 400T + 8000) + 8000$	6(III) 3(III)
3.5	<p>In den ersten 180 Tagen:</p> $M(180) = B(180) - B(0) = e^{-0,05t} \left[ -10t^2 - 400t - 8000 \right]_0^{180} = 7950,3$ <p>Es ist die Lösung eines uneigentlichen Integrals gesucht.</p> $B(t) = e^{-0,05t} \left[ -10t^2 - 400t - 8000 \right]_0^{\infty}$	4(II) 2(III) 2(III)



	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
	Der Grenzwert von $e^{-0,05t}$ ist für $t \rightarrow \infty$ gleich 0, so dass das Ergebnis 8000 beträgt. Nach dem 180. Tag ändert sich das Maß nur noch um ca. 0,6%.	
	<b>Summe Auswahlaufgabe 3</b>	<b>45</b>
	<b>Summe Aufgabe 1, 2 und Auswahlaufgabe 3</b>	<b>135</b>

Auswahlaufgabe 4

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
4.1	<p>Skizze exemplarisch für <math>a = 20</math>:</p>  <p>Im Intervall <math>[0 ; a]</math> hat der Graph der Funktion die Form einer durchgebogenen Leiste. Die Nullstellen 0 und a geben dabei die Auflagepunkte an. Ein größerer Wert von a hat eine stärkere Durchbiegung zwischen den Auflagepunkten zur Folge.</p>	<p>4(I) 2(I) 2(II)</p>
4.2	<p>Aus <math>d_a'(x) = 0</math> ergibt sich <math>x_m = a/2</math> (einzige Stelle innerhalb des Definitionsbereichs). Aus <math>d_a''(a/2) &gt; 0</math> folgt ein Minimum der Funktionenschar an dieser Stelle, damit ist <math>x_m</math> die Stelle der maximalen Durchbiegung. Aus der Gleichung <math>d_a(a/2) = -1,28</math> lässt sich der Parameter a zu <math>a = 8</math> bestimmen. Die Auflagepunkte haben also einen Abstand von 8 cm.</p>	5(III)
4.3	<p>Mit den Angaben aus dem Text lassen sich folgende Bedingungen aufstellen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) <math>f(0) = 0</math></li> <li>(2) <math>f'(0) = 0</math></li> <li>(3) <math>f(25) = 0</math></li> <li>(4) <math>f(12,5) = -1,5</math></li> <li>(5) <math>f''(25) = 0</math></li> </ol> <p>Aus diesen Bedingungen erhält man die Funktionsgleichung:</p> $f(x) = -0,00003072 \cdot x^4 + 0,00192 \cdot x^3 - 0,0288 \cdot x^2$	<p>4(II) 3(II)</p>
4.4	<p>Durch die notwendige Bedingung <math>f'(x) = 0</math> erhält man die Lösungen: <math>x_{E1} = 0 \quad x_{E2} \approx 14,46 \quad x_{E3} \approx 32,41</math></p> <p>Unter Berücksichtigung des Definitionsbereiches <math>0 \leq x \leq 25</math> und des Auflagepunktes A(0 0) fallen die Stellen <math>x_{E3}</math> und <math>x_{E1}</math> weg.</p> <p>Die hinreichende Bedingung <math>f''(14,46) = 0,0319 &gt; 0</math> liefert einen Tiefpunkt bei T(14,46 -1,56)</p> <p>Somit beträgt an der Stelle <math>x_{E2} = 14,46</math> die maximale Durchbiegung 1,56 (alle Angaben in cm).</p>	<p>4(I) 4(II)</p>

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)												
	Der Prüfling													
4.5	<p>(Skizze vom Prüfling nicht explizit verlangt)</p>  <p> <math display="block">\text{Blue: } -0.00003072 \cdot x^4 + 0.00192 \cdot x^3 - 0.0288 \cdot x^2</math> <math display="block">\text{Red: } -0.000036 \cdot x^4 + 0.0023 \cdot x^3 - 0.034 \cdot x^2</math> </p> <p>Durch die notwendige und hinreichende Bedingung beträgt an der Stelle <math>x_1 = 13,87</math> die maximale Durchbiegung 1,74. Der rechte Auflagepunkt verschiebt sich von <math>x_2 = 25</math> auf <math>x_3 = 23,23</math> (alle Angaben in cm).</p>	5(II) 2(III)												
4.6	<p>Mit dem Ansatz <math>l_f = \int_0^{25} \sqrt{1 + f'(x)^2} dx</math> erhält man für die Leiste eine Länge von <math>l_f = 25,24</math> in cm.</p>	4(I)												
4.7	<p>Mit den Ansätzen <math>30 = \int_0^{x_1} \sqrt{1 + f'(x)^2} dx</math> und <math>30 = \int_0^{x_2} \sqrt{1 + g'(x)^2} dx</math> erhält man für die Endpunkte die Stellen <math>x_1 = 29,65</math> und <math>x_2 = 29,3</math>. Für die Funktionswerte ergeben sich <math>f(x_1) = 0,986</math> und <math>g(x_2) = 2,132</math>.</p> <p>Der Endpunkt der zweiten Leiste mit <math>g(25) = 0,625</math> liegt höher und näher an der Einspannung A als der Endpunkt der ersten Leiste (siehe Graph).</p> <p>[Die Stellen <math>x_1</math> und <math>x_2</math> können auch aus jeweils einer Tabelle entnommen werden, zum Beispiel:</p> <table border="1" data-bbox="311 1691 1204 1993"> <thead> <tr> <th>b</th><th><math>\int_0^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx</math></th><th><math>\int_0^b \sqrt{1 + g'(x)^2} dx</math></th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>29,0</td><td>29,34080215</td><td>29,68584052</td></tr> <tr> <td>29,1</td><td>29,44232442</td><td>29,79075411</td></tr> <tr> <td>29,2</td><td>29,54378767</td><td>29,89557064</td></tr> </tbody> </table>	b	$\int_0^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$	$\int_0^b \sqrt{1 + g'(x)^2} dx$	29,0	29,34080215	29,68584052	29,1	29,44232442	29,79075411	29,2	29,54378767	29,89557064	6(III)
b	$\int_0^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$	$\int_0^b \sqrt{1 + g'(x)^2} dx$												
29,0	29,34080215	29,68584052												
29,1	29,44232442	29,79075411												
29,2	29,54378767	29,89557064												



	Anforderungen			maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling			
	29,3	29,64519141	30,00028762	]
	29,4	29,7465352	30,10490267	
	29,5	29,84781873	30,20941346	
	29,6	29,94904177	30,31381775	
	29,7	30,0502042	30,41811342	
	29,8	30,15130602	30,52229842	
	29,9	30,25234734	30,6263708	
	30,0	30,35332836	30,73032875	
	Summe Auswahlaufgabe 4			45
	Summe Aufgabe 1, 2 und Auswahlaufgabe 4			135



**b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend**

	<b>Anforderungen</b>	<b>maximal erreichbare Punktzahl</b>
	<b>Der Prüfling</b>	
<b>1.</b>	<b>stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.</b>	<b>4</b>
<b>2.</b>	<b>beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.</b>	<b>4</b>
<b>3.</b>	<b>verwendet Fachsprache und Fachsymbolik</b>	<b>4</b>
<b>4.</b>	<b>fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.</b>	<b>3</b>
	<b>Summe Darstellungsleistung</b>	<b>15</b>
	<b>Summe insgesamt (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)</b>	<b>150</b>



## 8 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik-Technik

Name des Prüflings: \_\_\_\_\_ Kurs: \_\_\_\_\_

Schule: \_\_\_\_\_

### Aufgabe 1

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreich- bare Punkt- zahl (AFB)	EK	ZK	DK
	<b>Der Prüfling</b>				
1.1	berechnet und vergleicht die Wahrscheinlichkeiten für die angegebenen Fälle	5(I)			
1.2					
1.2.1	beschreibt den Fehler 1. Art	5(II)			
1.2.2	berechnet die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art	3(I)			
1.3	ermittelt die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art	4(I)			
1.4					
1.4.1	leitet den Verwerfungsbereich her	5(III)			
1.4.2	beschreibt die Entscheidungsregel	4(II)			
1.5					
1.5.1	erkennt die Aufteilung in zwei notwendige Berechnungsschritte	4(II)			
1.5.2	zeigt, dass die Gesamtwahrscheinlichkeit gleich der angegebenen Wahrscheinlichkeit ist	8(III)			
1.6					
1.6.1	erkennt den Lösungsweg über den Erwartungswert mit den entsprechenden Parametern und der richtigen Zufallsvariablen	5(II)			
1.6.2	berechnet den gesuchten Erwartungswert	2(I)			
	<b>Summe Aufgabe 1</b>	<b>45</b>			





**Aufgabe 2**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreich- bare Punkt- zahl (AFB)	EK	ZK	DK
	<b>Der Prüfling</b>				
<b>2.1</b>					
<b>2.1.1</b>	erkennt die Verknüpfung zweier Abbildungen	<b>2(II)</b>			
<b>2.1.2</b>	berechnet die Eckpunkte nach der Abbildung	<b>5(I)</b>			
<b>2.2</b>					
<b>2.2.1</b>	ermittelt den Drehwinkel	<b>3(II)</b>			
<b>2.2.2</b>	bestimmt den Bildpunkt	<b>4(I)</b>			
<b>2.3</b>	leitet die Drehmatrix her	<b>8(III)</b>			
<b>2.4</b>					
<b>2.4.1</b>	bestimmt die gesuchte Drehmatrix	<b>5(I)</b>			
<b>2.4.2</b>	bestimmt die Matrix der gesamten Abbildung	<b>3(II)</b>			
<b>2.5</b>					
<b>2.5.1</b>	bestimmt die gesuchte Matrix	<b>4(II)</b>			
<b>2.5.2</b>	erläutert die geometrische Abbildung	<b>4(II)</b>			
<b>2.6</b>					
<b>2.6.1</b>	leitet die Gleichung für die Abbildung auf sich selbst her	<b>5(III)</b>			
<b>2.6.2</b>	bestimmt die Punkte für das konkrete Rechteck	<b>2(II)</b>			
	<b>Summe Aufgabe 2</b>	<b>45</b>			



**Auswahlaufgabe 3**

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreich- bare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
<b>3.1</b>					
<b>3.1.1</b>	bestimmt hinreichendes und notwendiges Kriterium	<b>5(II)</b>			
<b>3.1.2</b>	gibt das Maximum im Bezug zur Aufgabenstellung an	<b>4(I)</b>			
<b>3.2</b>					
<b>3.2.1</b>	ermittelt die notwendigen Ableitungen	<b>5(II)</b>			
<b>3.2.2</b>	ermittelt die Wendestellen	<b>4(I)</b>			
<b>3.3</b>					
<b>3.3.1</b>	skizziert den Graphen	<b>6(I)</b>			
<b>3.3.2</b>	erläutert die Einschränkung	<b>4(II)</b>			
<b>3.4</b>					
<b>3.4.1</b>	leitet eine Stammfunktion mittels der partiellen Integration her	<b>6(III)</b>			
<b>3.4.2</b>	weist mit der Stammfunktion die Funktionsgleichung $M(T)$ der Besucherzahl nach	<b>3(III)</b>			
<b>3.5</b>					
<b>3.5.1</b>	berechnet das Maß nach 180 Tagen	<b>4(II)</b>			
<b>3.5.2</b>	bestimmt den Grenzwert des uneigentlichen Integrals	<b>2(III)</b>			
<b>3.5.3</b>	weist mit dem Grenzwert nach, dass sich das Maß nach 180 Tagen nicht mehr wesentlich ändert	<b>2(III)</b>			
	<b>Summe Auswahlaufgabe 3</b>	<b>45</b>			
	<b>Summe Aufgabe 1, 2 und Auswahlaufgabe 3</b>	<b>135</b>			



**Auswahlaufgabe 4**

	Anforderungen	Lösungsqualität			
		maximal erreich- bare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
	<b>Der Prüfling</b>				
<b>4.1</b>					
<b>4.1.1</b>	skizziert exemplarisch einen Graphen	<b>4(I)</b>			
<b>4.1.2</b>	beschreibt die mathematische Bedeutung von $a$ als Nullstelle	<b>2(I)</b>			
<b>4.1.3</b>	beschreibt den Einfluss von $a$ auf das Durchbiegeverhalten	<b>2(II)</b>			
<b>4.2</b>	leitet den Abstand $a$ für die maximale Durchbiegung von 1,28 cm her	<b>5(III)</b>			
<b>4.3</b>					
<b>4.3.1</b>	stellt die Bedingungen für das Gleichungssystem auf	<b>4(II)</b>			
<b>4.3.2</b>	ermittelt die Funktionsgleichung	<b>3(II)</b>			
<b>4.4</b>					
<b>4.4.1</b>	bestimmt die Extremstellen der Funktion	<b>4(I)</b>			
<b>4.4.2</b>	schließt die Extremstellen außerhalb des Definitionsbereiches aus und berechnet die Stelle und den Betrag der maximalen Durchbiegung	<b>4(II)</b>			
<b>4.5</b>					
<b>4.5.1</b>	berechnet die neuen Auflagepunkte und die neue maximale Durchbiegung	<b>5(II)</b>			
<b>4.5.2</b>	vergleicht die Lage beider Leisten	<b>2(III)</b>			
<b>4.6</b>	bestimmt die Länge der Leiste	<b>4(I)</b>			
<b>4.7</b>	vergleicht die Lage der beiden Leisten, indem er die Endpunkte ermittelt	<b>6(III)</b>			
	<b>Summe Auswahlaufgabe 4</b>	<b>45</b>			
	<b>Summe Aufgabe 1, 2 und Auswahlaufgabe 4</b>	<b>135</b>			



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl	EK	ZK	DK
1.	stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
	Summe Darstellungsleistung	15			

	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB) <sub>1</sub>	EK	ZK	DK
	Summe insgesamt (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)	150			
	Aus der Punktesumme resultierende Note				
	Note ggf. unter Absenkung um ein bis zwei Notenpunkte gemäß § 8 (4), APO-BK, Anlage D				
	Paraphe				

Die Klausur wird abschließend mit der Note: \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_Notenpunkte) bewertet.

Unterschrift, Datum:



## Notenfindung

% - Anteil erbrachter Leistung		Noten-Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis unter			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	95%	14	sehr gut	135	142
85%	90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	85%	12	gut plus	120	127
75%	80%	11	gut	113	119
70%	75%	10	gut minus	105	112
65%	70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	65%	8	befriedigend	90	97
55%	60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	50%	5	ausreichend	68	74
39%	45%	4	ausreichend minus	58	67
32%	39%	3	mangelhaft plus	49	57
26%	32%	2	mangelhaft	40	48
20%	26%	1	mangelhaft minus	30	39
0%	20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



**150**