



**Zentrale Abiturprüfung 2013
Nachschreibtermin
24.05.2013**

**Weiterer Leistungskurs
Mathematik
(mit CAS)**

Fachbereich Informatik

Unterlagen für die Lehrkraft



- 1 Aufgabenstellung** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 2 Materialgrundlage** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 3 Zugelassene Hilfsmittel** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 4 Arbeitszeit und Punktevergabe** (vgl. Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler)
- 5 Hinweise für die Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft / den Prüfling**

Die jeweilige Fachlehrkraft entscheidet unter Aufsicht der Schulleitung am Downloadtag, ob für alle Prüflinge ihres Kurses der Aufgabensatz 1 (ohne CAS) oder der Aufgabensatz 2 (mit CAS) zur Verfügung gestellt wird.

Nach einer Auswahlzeit von drei Zeitstunden teilt die Fachlehrkraft der Schulleitung schriftlich die Entscheidung mit. Diese Entscheidung wird zu den Prüfungsakten genommen. Für die Prüflinge besteht keine Aufgabenauswahl. Sie erhalten keine zusätzliche Auswahlzeit.

Es sind folgende Hinweise zu beachten:

- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzsystemen (PCs bzw. Handhelds) ist zu sorgen.
- Alle Systeme sind vor der Prüfung in den Urzustand zu versetzen. Zusätzliche Tools bzw. ergänzende Programme sind auf den Systemen nicht zulässig. Die Schule stellt sicher, dass keine Verbindung der Systeme untereinander sowie keine Verbindung der Systeme zum Internet vorhanden sind.
- Der Lösungsweg ist von den Schülerinnen und Schülern in der Reinschrift textlich so zu dokumentieren, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist. Die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule innerhalb der Gesamtbearbeitungszeit so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit; die elektronische Version (Datei) kann nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten von der Fachlehrerin bzw. dem Fachlehrer mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Handheld-Typs mit der Version bzw. Versionsnummer vermerkt werden.

6 Aufgabenarten

1	Analysis
2	Stochastik
3	Lineare Algebra/Analytische Geometrie



7 Bezüge zu den Abiturvorgaben 2013

Analysis

- Funktionsklassen ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen und deren Verknüpfungen
 - Funktionseigenschaften
 - Kurvenscharen und Parameter in Funktionsvorschriften
 - Abschnittsweise definierte Funktionen
 - Differenzierbarkeit und Stetigkeit
 - Lokale und globale Eigenschaften
 - Extremwertprobleme
 - Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Bedingungen
 - Lineare Gleichungssysteme
 - Integralrechnung
 - Anwendungen des Integrals
 - Flächenberechnung mit Hilfe des Integrals
 - Numerische Integration

Lineare Algebra / Analytische Geometrie

- Geraden und Ebenen im \mathbb{R}^3
 - Darstellungsformen von Geraden und Ebenen
 - Schnittpunkte und Schnittgeraden
 - Berechnung von Abständen (Punkt – Punkt)
- Projektion dreidimensionaler Objekte in den \mathbb{R}^2
- Grundlagen der Matrizenrechnung
 - Elementare Matrizenoperationen
 - Lineare Abbildungen und ihre Verkettungen
 - Abbildungsmatrizen und affine Abbildungen
 - Umkehrbare Abbildungen und inverse Matrizen

Stochastik

- Grundlegende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung
 - Ergebnis, Ereignis, Wahrscheinlichkeit nach Laplace, Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln, Zählstrategien (Allgemeines Zählprinzip, Binomialkoeffizient, Fakultät)
- Zufallsgröße, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Bedingte Wahrscheinlichkeit, Stochastische Unabhängigkeit, Vier-Felder-Tafeln, Baumdiagramm
- Satz von Bayes
- Binomialverteilung, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung
- Hypothesentest (auch mit Hilfe von σ -Umgebungen) inkl. Fehler 1. und 2. Art



8 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

a) inhaltliche Leistung

Aufgabe 1

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling ...	
1.1		
1.1.1	... erstellt die Gleichung einer ganzrationalen Weg-Zeit-Funktion f mit möglichst kleinem Grad, die sicherstellt, dass die angegebenen Werte in y -Richtung durchlaufen und die Bedingungen für die Geschwindigkeit erfüllt werden.	
	$f(0) = 0, f(1,2) = 4, f(1,8) = 1, f(3) = 2, f'(0) = 0, f'(3) = 0$ $f(t) = a_5 \cdot t^5 + a_4 \cdot t^4 + a_3 \cdot t^3 + a_2 \cdot t^2 + a_1 \cdot t + a_0$ $\Rightarrow a_5 = -1,283, a_4 = 9,945, a_3 = -25,174, a_2 = 20,883, a_1 = a_0 = 0$	8(I)
1.1.2	... beurteilt den Verlauf des Funktionsgraphen im Zeitintervall $[0; 3]$ unter der Annahme, dass Quantus mit seiner rechten Fußspitze nicht den Boden durchstoßen darf.	
	f ist eine ganzrationale Funktion 5. Grades und hat im Intervall $[0; 3]$ drei Nullstellen in $t_1 = 0$, in $t_2 \approx 2,08$ und in $t_3 \approx 2,37$. f ist stetig und $f(2,2) = -0,13$. Folglich gilt für alle $t \in] 2,08; 2,37[$ $f(t) < 0$. Damit ist f ab $t > 2,08$ ungeeignet.	4(II)
1.2		
1.2.1	... bestimmt den Funktionsterm von $h_{a,b}$ unter der Annahme, dass der Anschluss an den Graphen von f an der Stelle $t = 1,2$ differenzierbar ist.	
	$f'(1,2) = -3,195$ und $f(1,2) = 4,000$ Somit gilt: $h_{a,b}'(1,2) = -3,195$ und $h_{a,b}(1,2) = 4,000$. Folglich ist $a = 2,673$ und $b = -3,769$	6(II)
1.2.2	... begründet, dass die Fußspitze den Boden nicht mehr berühren wird.	
	Die einzige Nullstelle von h liegt in $t_0 = -3,769$. Für $t > -3,769$ sind alle Funktionswerte von h größer 0, da $a > 0, t - b > 0$ und $e^{-t} > 0$ ist. Also ist auch das Produkt dieser drei Faktoren größer 0. Folglich kann $h(t)$ für $t > 1,2$ nicht Null werden, somit kann die Fußspitze den Boden nicht berühren.	3(II)
1.3		
1.3.1	... bestimmt die maximale Geschwindigkeit der Nasenspitze innerhalb des Zeitintervalls $[0; 2]$.	
	$n'(t) = -6 \cdot t^4 + 48,52 \cdot t^3 - 96,87 \cdot t^2 + 51,7 \cdot t$ $n''(t) = -24 \cdot t^3 + 145,56 \cdot t^2 - 193,74 \cdot t + 51,7$	5(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling ...	
	$n'''(t) = -72 \cdot t^2 + 291,12 \cdot t - 193,74$ Aus der notwendigen Bedingung ergeben sich drei mögliche lokale Extremstellen: $n''(t) = 0 \Leftrightarrow t_1 \approx 0,357 \vee t_2 \approx 1,401 \vee t_3 \approx 4,307$ Mit $t_3 \approx 4,307 \notin [0; 2]$ und der hinreichenden Bedingung folgt: $n''(t_1) = 0 \wedge n'''(t_1) \approx -98,987 < 0$ lokale Maximalstelle $n''(t_2) = 0 \wedge n'''(t_2) \approx 72,797 > 0$ lokale Minimalstelle Es folgt: $n'(0,357) \approx 8,221$ lokales Maximum. Vergleich mit den Randwerten: $n'(0) = 0$ $n'(2) = 8,08$ Somit ist 8,221 absolutes Maximum und es beträgt die maximale Geschwindigkeit 8,221 LE/ZE.	
1.3.2	... zeigt, dass innerhalb des Zeitintervalls $[0; 2]$ die maximale Höhendifferenz von Fuß- und Nasenspitze näherungsweise 1,243 Längeneinheiten beträgt.	
	Zunächst muss per Integration die Weg-Zeit-Funktion der Nasenspitze bestimmt werden: $n(t) = -1,2 \cdot t^5 + 12,13 \cdot t^4 - 32,29 \cdot t^3 + 25,85 \cdot t^2$ $d(t) = n(t) - f(t) = 0,083 \cdot t^5 + 2,185 \cdot t^4 - 7,116 \cdot t^3 + 4,967 \cdot t^2$ $d'(t) = 0,415 \cdot t^4 + 8,74 \cdot t^3 - 21,348 \cdot t^2 + 9,934 \cdot t$ $d''(t) = 1,66 \cdot t^3 + 26,22 \cdot t^2 - 42,696 \cdot t + 9,934$ Die notwendige Bedingung führt auf $]0; 2[$ zu zwei möglichen lokalen Extremstellen $d'(t) = 0 \Leftrightarrow t_1 \approx 0,636 \vee t_2 \approx 1,615$ Überprüfen der hinreichenden Bedingung für Extrema ergibt für die Differenzfunktion d der Weg-Zeit-Funktionen zwei Extremstellen: $t_1 = 0,636$ und $t_2 = 1,615$ mit $d(0,636) = -0,545$ und $d(1,615) = 1,243$ Die Betrachtung der Werte an den Intervallgrenzen bestätigt, dass die maximale Höhendifferenz absolut 1,243 Längeneinheiten beträgt.	7(III)
1.4		
1.4.1	... berechnet diejenigen Werte für b , für die die Beschleunigung zu Beginn der Bewegung nicht zunimmt.	
	$f_b''(t) = (b-2) \cdot (t-1)^3 - b \cdot (t-1); \quad b \in [0; 6]$ Betrachtung der Steigung an der Stelle $t = 0$:	4(I)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling ...	
	$f_b'''(t) = 3 \cdot (b - 2) \cdot t^2 - 6 \cdot (b - 2) \cdot t + 2 \cdot b - 6$ $f_b'''(0) = 2 \cdot b - 6 \leq 0 \Leftrightarrow b \leq 3.$	
1.4.2	<p>... zeigt, dass sich durch die Funktionenschar</p> $f_b'(t) = 0,25 \cdot (b - 2) \cdot (t - 1)^4 - 0,5 \cdot b \cdot (t - 1)^2 + c; \quad b \in [0; 6]$ <p>die zugehörigen Geschwindigkeits-Zeit-Funktionen darstellen lassen und sich für $c = 0,25 \cdot b + 0,5$ die Fußspitze zum Zeitpunkt $t = 0$ nicht bewegt.</p>	
	<p>Die Fußspitze bewegt sich nicht, falls ihre Geschwindigkeit 0 ist, d.h. die Bedingung lautet: $f_b'(0) = 0$ für alle $b \in [0; 6]$</p> <p>Durch Integration wird eine Geschwindigkeits-Zeit-Funktion bestimmt:</p> $f_b'(t) = \left(\frac{b}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot (t - 1)^4 - \frac{b}{2} \cdot (t - 1)^2 + c \text{ mit } c \in \mathbb{R}$ $f_b'(0) = 0 \text{ gilt, falls } f_b'(t) = \left(\frac{b}{4} - \frac{1}{2}\right) - \frac{b}{2} + c = -\frac{b}{4} - \frac{1}{2} + c = 0 \Leftrightarrow c = \frac{b}{4} + \frac{1}{2}$	4(II)
1.4.3	<p>... weist nach, dass durch Variation von b die Fußspitze innerhalb des Zeitintervalls $[0; 2]$ zwischen 0,8 und 2,4 Längeneinheiten zurücklegt.</p>	
	<p>Integration der Geschwindigkeits-Zeit-Funktion und Berücksichtigung der Bedingung $f_b(0) = s(0) = 0$ liefert</p> $f_b(t) = (0,05 \cdot b - 0,1) \cdot (t - 1)^5 - \frac{1}{6} \cdot b \cdot (t - 1)^3 + (0,25 \cdot b + 0,5) \cdot (t - 1) + \frac{2}{15} \cdot b + 0,4$ <p>Die zurückgelegte Strecke entspricht dem Funktionswert an der Stelle $t = 2$</p> $f_b(2) = \frac{4}{15} \cdot b + 0,8, \text{ so dass } s_{\min} = 0,8 \text{ und } s_{\max} = 2,4$ <p>Die zurückgelegte Strecke beträgt somit zwischen 0,8 Längeneinheiten und 2,4 Längeneinheiten.</p>	4(III)
	Summe Aufgabe 1	45



Aufgabe 2

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)																
	Der Prüfling																	
2.1	... nimmt begründet Stellung, ob die Zufallsgröße X: "Anzahl der Buchstaben E in einem Passwort mit 10 Buchstaben" binomialverteilt ist.																	
	Aus der Tatsache, dass der Buchstabe „E“ mit einer relativen Häufigkeit von 17,4 % in der deutschen Sprache auftaucht, kann nicht automatisch abgeleitet werden, dass dies auch der Wahrscheinlichkeit entspricht, mit welcher der Buchstabe „E“ an einer beliebigen Stelle in einem Passwort auftaucht. Die Wahrscheinlichkeit ist insbesondere dann deutlich geringer, wenn der Buchstabe zuvor bereits ein „E“ war. Damit ist die Voraussetzung für eine Bernoulli-Kette nicht erfüllt und folglich der Ansatz, der von einer Binomialverteilung ausgeht, nicht zulässig.	3(II)																
2.2.1	... stellt die Daten in einer Vierfeldertafel dar.																	
	Es ergibt sich die Vierfeldertafel: <table><tr><td></td><td>E1</td><td>Nicht E1</td><td></td></tr><tr><td>N2</td><td>3,88 %</td><td>5,9 %</td><td>9,78 %</td></tr><tr><td>Nicht N2</td><td>13,52 %</td><td>76,7 %</td><td>90,22 %</td></tr><tr><td></td><td>17,4 %</td><td>82,6 %</td><td>100 %</td></tr></table>		E1	Nicht E1		N2	3,88 %	5,9 %	9,78 %	Nicht N2	13,52 %	76,7 %	90,22 %		17,4 %	82,6 %	100 %	5(I)
	E1	Nicht E1																
N2	3,88 %	5,9 %	9,78 %															
Nicht N2	13,52 %	76,7 %	90,22 %															
	17,4 %	82,6 %	100 %															
2.2.2	... berechnet die bedingte Wahrscheinlichkeit.																	
	$P_{E1}(N2) = \frac{P(E1 \cap N2)}{P(E1)} = \frac{0,0388}{0,174} = 0,2230$	4(II)																
2.2.3	... untersucht die Unabhängigkeit.																	
	$P(E1) \cdot P(N2) = 0,174 \cdot 0,0978 \approx 0,017 \neq 0,0388 = P(E1 \cap N2)$ Damit sind die Ereignisse E1 und N2 stochastisch abhängig.	4(I)																
2.2.4	... begründet, dass die Daten nicht geeignet sind.																	
	Die Wahrscheinlichkeit für die Buchstabenkombination „NE“ ist eine andere als die Wahrscheinlichkeit für die Buchstabenkombination „EN“. Damit fehlt eine Angabe.	5(III)																
2.3																		
2.3.1	... zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein Passwort aus 10 Zeichen kein „g“ enthält, $p_2 = 0,8836$ beträgt.																	
	$p_2 = (1 - 0,0123)^{10} = 0,8836$	2(II)																



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling	
2.3.2	...berechnet die Wahrscheinlichkeiten.	
	<p>Zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten wird die kumulierte Binomialverteilung verwendet:</p> <p>X: Anzahl der Zeichen "g" und $n = 300$ und $p = 0,8836$.</p> <p>$P(X < 260) = F_{n,p}(259) \approx 0,1574$</p> <p>$P(X > 250) = 1 - P(X \leq 250) = 1 - F_{n,p}(250) \approx 0,994$</p> <p>$P(200 \leq X \leq 270) = P(X \leq 270) - P(X \leq 199) = F_{n,p}(270) - F_{n,p}(199) \approx 0,8353$</p>	6(I)
2.4.1	... bestimmt die Entscheidungsregel.	
	<p>Zweiseitiger Hypothesentest</p> <p>X sei die Anzahl der Passwörter, die das Zeichen "a" enthalten.</p> <p>Nullhypothese $H_0 : p = 0,0185$</p> <p>Gegenhypothese $H_1 : p \neq 0,0185$</p> <p>Bei wahrer Nullhypothese ist X binomialverteilt mit $n = 7500$ und $p = 0,0185$</p> <p>Alternative 1</p> <p>$\mu = n \cdot p = 138,75$</p> <p>$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} \approx 11,66 > 3$, d.h. die Laplace-Bedingung ist erfüllt</p> <p>$[\mu - r ; \mu + r] = [108,64 ; 168,86]$</p> <p>$\Rightarrow$ Annahmebereich für $H_0 : \{109; \dots; 168\}$</p> <p>Entscheidungsregel:</p> <p>Verwirf H_0, wenn höchstens 108 oder mindestens 169-mal ein Passwort mit dem Zeichen „a“ auftritt.</p> <p>Alternative 2</p> <p>Für die linke Grenze des Annahmebereichs muss gelten:</p> <p>$P(X < k_l) \leq 0,005 \Leftrightarrow P(X \leq k_l - 1) \leq 0,005$</p> <p>Man ermittelt:</p> <p>$P(X \leq 109) = 0,004838 \wedge P(X \leq 110) = 0,006301 \Rightarrow k_l - 1 = 109 \Leftrightarrow k_l = 110$</p> <p>Für die rechte Grenze des Annahmebereichs muss gelten:</p> <p>$P(X > k_r) \leq 0,005 \Leftrightarrow 1 - P(X \leq k_r) \leq 0,005 \Leftrightarrow 0,995 \leq P(X \leq k_r)$</p>	7(III)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling	
	<p>Man ermittelt: $P(X \leq 169) = 0,9948 \wedge P(X \leq 170) = 0,9959 \Rightarrow k_r = 170$</p> <p>Annahmebereich für H_1: $\{110; \dots; 170\}$</p> <p>Entscheidungsregel: Verwirf H_0, wenn höchsten 109 oder mindestens 171-mal ein Passwort mit dem Zeichen „a“ auftritt.</p>	
2.4.2	... beschreibt im Sachzusammenhang für diesen Test die Auswirkungen der Fehler 1. und 2. Art.	
	<p>Fehler 1. Art: Die H_0-Hypothese wird verworfen, obwohl sie richtig ist, da das Stichprobenergebnis zufällig im Ablehnungsbereich liegt. Passwörter enthalten zufällig deutlich seltener oder deutlich häufiger das Zeichen „a“, als die Wahrscheinlichkeit dies erwarten lässt.</p> <p>Fehler 2. Art: Die H_0-Hypothese wird angenommen, obwohl sie falsch ist, da das Stichprobenergebnis zufällig im Annahmebereich liegt. Passwörter enthalten zufällig das Zeichen „a“ mit dieser Wahrscheinlichkeit, obwohl die tatsächliche Wahrscheinlichkeit deutlich höher oder niedriger sein müsste.</p>	4(II)
2.4.3	... berechnet den Fehler 2. Art.	
	<p>Annahmebereich für H_0: $\{110; \dots; 170\}$</p> <p>Die tatsächliche Wahrscheinlichkeit soll $p_4 = 0,02$ betragen.</p> <p>Damit gilt für den Fehler 2. Art: $\beta = P(110 \leq X \leq 170) = F_{n,p_4}(170) - F_{n,p_4}(109) \approx 0,9521$</p>	5(II)
	Summe Aufgabe 2	45



Aufgabe 3

Hinweis: Alternative Lösungen sind bei allen Teilaufgaben zulässig.

	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
3.1.1	... gibt die Geradengleichungen der jeweiligen Kurse und den Schnittpunkt der Geraden an.	
	<p>Aus den angegebenen Punkten kann man die folgenden Geradengleichungen bestimmen:</p> $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} + t_1 \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ -0,4 \end{pmatrix} \text{ mit } t_1 \in \mathbb{R} \text{ und } g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t_2 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ -0,1 \end{pmatrix} \text{ mit } t_2 \in \mathbb{R}.$ <p>Das Gleichsetzen und Lösen der Gleichungen führt auf $t_1 = \frac{3}{8}$ und $t_2 = \frac{3}{2}$.</p> <p>Einsetzen in eine der Geradengleichungen ergibt den Ortsvektor des Schnittpunktes $S(7; 7,5; -0,15)$.</p>	7(II)
3.1.2	... begründet, dass die U-Boote nicht kollidieren.	
	Die U-Boote treffen sich nicht, da die Zeiten, zu denen sie am Schnittpunkt der Kurse eintreffen, unterschiedlich sind.	3(III)
3.1.3	... zeigt, dass der minimale Abstand der beiden U-Boote ungefähr 567 m beträgt..	
	<p>Es gilt:</p> $U_1: \vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} - t \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 0,4 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R} \text{ und } U_2: \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ -0,1 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$ <p>Der Abstand d ergibt sich aus der Bestimmung von Punktabständen im \mathbb{R}^3 zu</p> $d(t) = \sqrt{(10 - 8t - (-5 + 8 \cdot t))^2 + (9 - 4 \cdot t - (5 \cdot t))^2 + (-0,4 \cdot t - (-0,1 \cdot t))^2}$ $= \sqrt{337,09 \cdot t^2 - 642 \cdot t + 306}$ <p>Das notwendige Kriterium $d'(t)=0$ ergibt eine Lösung $t_e=0,952$. Die Überprüfung mit dem hinreichenden Kriterium $d''(t_e)$ ergibt einen Wert größer als 0, so dass ein Minimum vorliegt. Aufgrund der Parabelform des Radikanden ist ein Randextremum nicht möglich. Damit haben die beiden U-Boote nach ca. 57 Minuten einen minimalen Abstand. Dieser Abstand berechnet sich zu 567,44 m. Da die Einheiten in km gewählt sind, ist der Nachweis geführt.</p>	6(III)
3.1.4	... berechnet die Geschwindigkeit in km/h, mit der U1 unter Beibehaltung des Kurses ab dem Zeitpunkt $t = 0$ fahren müsste, um U2 zu rammen.	
	<p>Durch einen weiteren Parameter k kann die Geschwindigkeit von U1 angepasst werden. $g_{1, \text{neu}}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} - t \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 0,4 \end{pmatrix} \cdot k \text{ mit } k \in \mathbb{R}$</p>	4(I)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
	<p>Gleichsetzen von $g_{1, \text{neu}}$ und g_2 liefert als Ergebnis $k = 0,25$ und $t = 1,5$. U1 müsste also seine Geschwindigkeit auf $\frac{1}{4}$ seiner ursprünglichen Geschwindigkeit ($v_{\text{neu}} = 2,24 \text{ km/h}$) drosseln, um zum Zeitpunkt 1,5 h mit U2 zu kollidieren.</p> <p>Alternative:</p> <p>Aus 3.1.1 ergibt sich $t_1 = \frac{3}{8}$ und $t_2 = \frac{3}{2}$, U1 müsste also seine Geschwindigkeit auf $\frac{1}{4}$ seiner ursprünglichen Geschwindigkeit ($v_{\text{neu}} = 2,24 \text{ km/h}$) drosseln, um zum Zeitpunkt 1,5 h mit U2 zu kollidieren.</p> <p>Ergänzung: Berechne die Anfangsgeschwindigkeit von U1</p> $v = \frac{s}{t}$ $s = \overrightarrow{OP_1} - \overrightarrow{OS} = \left \begin{pmatrix} 10 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 \\ 7,5 \\ -0,15 \end{pmatrix} \right = \left \begin{pmatrix} 3 \\ 1,5 \\ 0,15 \end{pmatrix} \right = \sqrt{11,2725} \text{ [km]}$ $t = t_1 = \frac{3}{8} \text{ [h]}$ <p>Somit gilt:</p> $v = \frac{\sqrt{11,2725} \text{ [km]}}{\frac{3}{8} \text{ [h]}} = 8,95 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$ $\frac{1}{4} \cdot 8,95 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right] \approx 2,24 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right].$	
3.2.1	... begründet, dass der neue Vektor \vec{r}_{22} durch eine Drehung von \vec{r}_2 um die x_3 -Achse entsteht.	
	<p>Berechnung von $\vec{r}_{22} = \begin{pmatrix} 8 \cdot \cos \alpha - 5 \cdot \sin \alpha \\ 5 \cdot \cos \alpha + 8 \cdot \sin \alpha \\ -0,1 \end{pmatrix}$</p> <p>Da die x_3-Komponente von \vec{r}_2 nicht geändert wird und die Länge des Vektors mit $\vec{r}_{22} = \vec{r}_2 = 9,435$ gleich bleibt, handelt es sich um eine Drehung um die x_3-Achse.</p>	5(II)
3.2.2	...berechnet den Winkel α so, dass die Entfernung von U2 zum Punkt S zum Zeitpunkt $t = 1,5$ genau 2 km beträgt.	
	Der Ortsvektor des Punktes, in dem sich das U-Boot 2 nach einer Zeit von $t = 3/2$ befindet, ergibt sich mit Hilfe des gedrehten Richtungsvektors zu	6(II)



	Anforderungen (Kriterielle Beschreibung der Prüflingsleistung)	Punkte maximal (AFB)
	Der Prüfling...	
	$\vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 1,5 \cdot R \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ -0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \cdot \cos \alpha - 7,5 \cdot \sin \alpha - 5 \\ 7,5 \cdot \cos \alpha + 12 \cdot \sin \alpha \\ -0,15 \end{pmatrix}$ <p>Den Winkel kann man aus der Forderung $d = 2,0$ bestimmen. Ist \vec{s} der Ortsvektor des Schnittpunkts $S(7; 7,5; -0,15)$, so muss gelten: $\vec{x} - \vec{s} = 2$. Daraus resultiert nach Umrechnung in das Gradmaß ein Winkel von ca. $8,1^\circ$ oder von $351,9^\circ$.</p>	
3.3.1	... stellt eine Parameterdarstellung der Ebene E_1 auf.	
	<p>Umstellen der Gleichung nach x_1 und Einsetzen von $x_2 = \lambda$ und $x_3 = \mu$ führt zu folgender Parameterdarstellung: $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{19}{4} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{8} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$</p>	5(I)
3.3.2	... berechnet die Koordinaten der Bergspitze B.	
	Gleichsetzen der Ebenengleichungen führt zum Schnittpunkt $B(4; 6; -0,1)$	5(I)
3.3.3	... zeigt, dass Spieler 1 noch ca. 37 Minuten bleiben, um seinen Kurs zu ändern.	
	<p>Einsetzen der neuen Geradengleichung $g_{2, \text{neu}}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9,2 \\ 8,6 \\ -0,04 \end{pmatrix} - t_1 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 0,15 \end{pmatrix}$ mit $t_1 \in \mathbb{R}$ in E_3 führt zur Lösung $t = 0,63$ und somit zu $t \approx 37$ min.</p>	4 (III)
	Summe Aufgabe 3	45

Summe Aufgabe 1 – 3 **135**



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Punkte maximal
1.	Der Prüfling... stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik.	4
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3
Summe Darstellungsleistung		15
Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)		150



9 Bewertungsbogen zur Abiturprüfung im Fach Mathematik

Name des Prüflings: _____

a) inhaltliche Leistung

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1	(Aufgabenstellung)				
	Der Prüfling				
1.1.1	... erstellt die Gleichung ...	8			
1.1.2	... beurteilt den Verlauf des Funktionsgraphen ...	4			
1.2.1	... bestimmt den Funktionsterm von $h_{a,b}$...	6			
1.2.2	... begründet, dass die Fußspitze den Boden nicht mehr berühren wird.	3			
1.3.1	... bestimmt die maximale Geschwindigkeit der Nasenspitze ...	5			
1.3.2	... zeigt, dass ... die maximale Höhendifferenz ... 1,243 Längeneinheiten beträgt.	7			
1.4.1	... berechnet diejenigen Werte für b ...	4			
1.4.2	... zeigt, dass sich durch die Funktionenschar ... darstellen lassen und sich für $c = 0,25 \cdot b + 0$... nicht bewegt.	4			
1.4.3	... weist nach, dass ... die Fußspitze ... 0,8 und 2,4 Längeneinheiten zurücklegt.	4			
Summe Aufgabe 1		45			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2	(Aufgabenstellung)				
	Der Prüfling				
2.1	... nimmt begründet Stellung...	3			
2.2.1	... stellt die Daten in einer Vierfeldertafel dar.	5			
2.2.2	... berechnet die bedingte Wahrscheinlichkeit.	4			
2.2.3	... untersucht die Unabhängigkeit.	4			
2.2.4	... begründet, dass die Daten nicht geeignet sind.	5			



	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
2.3.1	... zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit ... 0,8836 beträgt.	2			
2.3.2	... berechnet die Wahrscheinlichkeiten.	6			
2.4.1	... bestimmt die Entscheidungsregel.	7			
2.4.2	... beschreibt ... die Auswirkungen der Fehler 1. und 2. Art.	4			
2.4.3	... berechnet den Fehler 2. Art.	5			
Summe Aufgabe 2		45			

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
3	(Aufgabenstellung)				
	Der Prüfling				
3.1.1	... gibt die Geradengleichungen der jeweiligen Kurse und den Schnittpunkt der Geraden an.	7			
3.1.2	... begründet, dass die U-Boote nicht kollidieren.	3			
3.1.3	... zeigt, dass der minimale Abstand der beiden U-Boote ungefähr 567 m beträgt..	6			
3.1.4	... berechnet die Geschwindigkeit	4			
3.2.1	... begründet, dass der neue Vektor durch eine Drehung von um die x3-Achse entsteht.	5			
3.2.2	... berechnet den Winkel so, dass die Entfernung von U2 zum Punkt S zum Zeitpunkt $t = 1,5$ genau 2 km beträgt.	6			
3.3.1	... stellt eine Parameterdarstellung der Ebene E1 auf.	5			
3.3.2	... berechnet die Koordinaten der Bergspitze B.	5			
3.3.3	... zeigt, dass Spieler 1 noch ca. 37 Minuten bleiben, um seinen Kurs zu ändern.	4			
Summe Aufgabe 3		45			

Summe inhaltliche Leistung

135			
------------	--	--	--



b) Darstellungsleistung - aufgabenübergreifend

	Anforderungen	Punkte maximal	EK	ZK	DK
1.	Der Prüfling... stellt den Lösungsweg in strukturierter Form dar.	4			
2.	beachtet die Qualität der äußeren Form und hält formale Regeln ein.	4			
3.	verwendet Fachsprache und Fachsymbolik	4			
4.	fertigt Zeichnungen, Grafiken und Tabellen in angemessener Qualität an.	3			
Summe Darstellungsleistung		15			

Summe (inhaltliche Leistung und Darstellungsleistung)

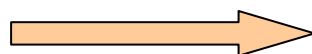
150			
------------	--	--	--



Notenfindung

% - Anteil erbrachter Leistung		Noten- Punkte	Notenstufen	Rohpunkte	
von	bis			von	bis
95%	100%	15	sehr gut plus	143	150
90%	< 95%	14	sehr gut	135	142
85%	< 90%	13	sehr gut minus	128	134
80%	< 85%	12	gut plus	120	127
75%	< 80%	11	gut	113	119
70%	< 75%	10	gut minus	105	112
65%	< 70%	9	befriedigend plus	98	104
60%	< 65%	8	befriedigend	90	97
55%	< 60%	7	befriedigend minus	83	89
50%	< 55%	6	ausreichend plus	75	82
45%	< 50%	5	ausreichend	68	74
39%	< 45%	4	schwach ausreichend	59	67
33%	< 39%	3	mangelhaft plus	50	58
27%	< 33%	2	mangelhaft	41	49
20%	< 27%	1	mangelhaft minus	30	40
0%	< 20%	0	ungenügend	0	29

maximal erreichbare Gesamtpunktzahl



150

	EK	ZK	DK
Notenpunkte			
Ggf. Absenkung um bis zu zwei Notenpunkte gem. § 8 (4), APO-BK Anlage D			

Abschließende Bewertung der Klausur:

_____ (_____ Notenpunkte)

Datum Unterschrift (EK)

Datum Unterschrift (ZK)

Datum Unterschrift (DK)