



BERUFSKOLLEG
Berufliches Gymnasium

Zentrale Abiturprüfung 2011

Weiterer Leistungskurs

Fach Mathematik

Fachbereich Informatik

Aufgabenstellung

Aufgabe 1

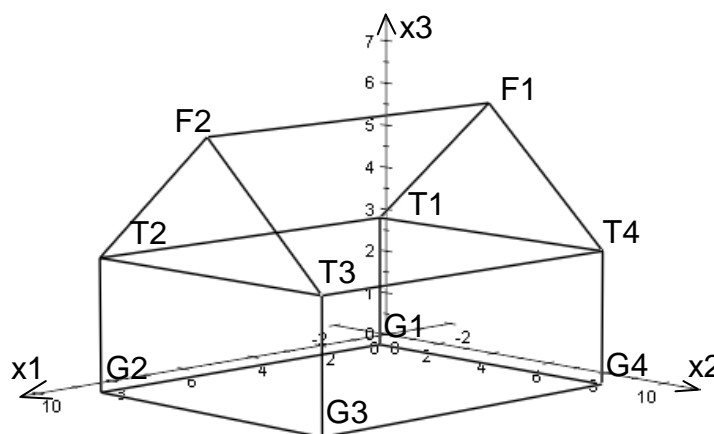
(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Beschreibung der Ausgangssituation

Ein Architekturbüro plant seine Gebäude mit einem CAD¹-System, das sich aber noch in der Probephase befindet. 3D-Modelle werden konstruiert und daraus zweidimensionale Ansichten und Schnitte entwickelt. Einige Funktionalitäten, wie z.B. das Erkennen von Parallelität, das Ablesen von Winkeln, die Angabe von Abständen oder Berechnungen von Schatten sind noch nicht fehlerfrei implementiert. Aus diesem Grund müssen benötigte Informationen mit mathematischen Methoden selbst ermittelt werden. Durch die Punkte

$G_1(1; 1; 0)$, $G_2(9; 1; 0)$,
 $G_3(9; 9; 0)$, $G_4(1; 9; 0)$,
 $T_1(1; 1; 3)$, $T_2(9; 1; 3)$,
 $T_3(9; 9; 3)$, $T_4(1; 9; 3)$,
 $F_1(1; 5; 6)$, $F_2(9; 5; 6)$

sind die Koordinaten der Eckpunkte eines Gebäudes festgelegt.



1.1 Die Strecke $\overline{T_1T_2}$ zwischen den Punkten T_1 und T_2 heißt Traufe; die Strecke $\overline{F_1F_2}$ zwischen den Punkten F_1 und F_2 heißt First.

1.1.1 Das CAD-System liefert nach Eingabe der Punkte T_1 und T_2 die

$$\text{Gerade } f \text{ mit } f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1,5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}.$$

Überprüfen Sie das Ergebnis.

Bestimmen Sie anschließend eine Geradengleichung, die das CAD-System nach Eingabe der Firstpunkte F_1 und F_2 ermitteln könnte.

7 Punkte

¹ Der Begriff CAD (= Computer Aided Design, dt. rechnerunterstützte Konstruktion) bezeichnet das Erstellen von Konstruktionsunterlagen mit Hilfe von Software.



- 1.1.2** Für die räumliche Darstellung im CAD-System werden Ebenengleichungen benötigt.
Ermitteln Sie die Ebenengleichung der durch die Punkte T_3 , T_4 und F_1 gegebenen Dachebene in Koordinatenform.

6 Punkte

- 1.2** Entlang der Längswand (G_3 , G_4 , T_3 und T_4) ist eine rechteckige Terrassenüberdachung auf Höhe der Traufe $\overline{T_3T_4}$ vorgesehen. Diese Traufe liegt in der Überdachungs-Ebene $E_{\bar{U}}$: $x_2 + 6 \cdot x_3 = 27$.

Mittels des CAD-Programms ist es möglich, Sonnenstrahlen parallel mit der

Richtung $\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -2,5 \end{pmatrix}$ auf das Gebäude einfallen zu lassen.

Untersuchen Sie, welche maximale Abmessung in x_2 -Richtung die Überdachung haben darf, damit bei diesem Sonnenstand kein Schatten auf die Terrasse fällt.

10 Punkte

- 1.3** Wird das Hausmodell in die x_1x_2 -Koordinatenebene projiziert, so erhält man die so genannte Draufsicht. Durch unterschiedliche Platzierung, Drehung oder Spiegelung der Draufsicht in mögliche Grundstücke erhält man eine Vorstellung über Lage und Ausrichtung des Hauses auf dem Grundstück. Die Eckpunkte des Hauses seien in der Draufsicht angegeben mit

$$G_1'(1; 1), G_2'(9; 1), G_3'(9; 9), G_4'(1; 9).$$

- 1.3.1** Für die Platzierung in einem Grundstück wurden die Eckpunkte der durch G_1' , G_2' , G_3' und G_4' festgelegten Draufsicht auf G_1'' , G_2'' , G_3'' und G_4'' abgebildet.

Im Einzelnen wurden dabei die drei Punkte $G_1'(1; 1)$ auf $G_1''(0; 0)$, $G_2'(9; 1)$ auf $G_2''(-8; 0)$ und $G_4'(1; 9)$ auf $G_4''(0; -8)$ abgebildet.

Leiten Sie die Gleichung der affinen Abbildung $\beta: \vec{x}'' = A \cdot \vec{x}' + \vec{v}$ im \mathbb{R}^2 her, mit der diese Veränderung beschrieben werden kann.

10 Punkte

- 1.3.2** Bestimmen Sie den Bildpunkt des Punktes $F_1'(1; 5)$ nach Abbildung

$$\text{mit } \beta: \vec{x}'' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}' + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4 Punkte



1.3.3 Zum besseren Verständnis der Abbildung aus 1.3.2 soll die Abbildung

$$\gamma: \vec{x}'' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}' \text{ untersucht werden.}$$

Begründen Sie, um welche Abbildung im \mathbb{R}^2 es sich handelt.

Leiten Sie für die Abbildung γ die Fixpunkte und Fixgeraden her.

8 Punkte



Aufgabe 2

(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Beschreibung der Ausgangssituation

Eine Software-Firma entwickelt ein Online-Rollenspiel. In vielen Spielabschnitten geht es darum, dass zwei Spieler jeweils gemeinsam Aufgaben bewältigen, um die nächste Spielstufe zu erreichen.

Zwei professionelle Spiele-Tester werden engagiert. Durch lange Testreihen stellt sich heraus, dass Spieler S_1 mit einer Wahrscheinlichkeit von $p_1 = 0,86$ eine neue Aufgabe erfolgreich abschließt, Spieler S_2 mit der Wahrscheinlichkeit $p_2 = 0,93$. Die Aufgaben werden unabhängig voneinander gelöst.

- 2.1** Die Spieler müssen gleichzeitig eine Aufgabe lösen. Falls mindestens einer von beiden scheitert, müssen beide ihre Aufgabe wiederholen.

- 2.1.1** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Spieler gleichzeitig scheitern.

4 Punkte

- 2.1.2** Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Aufgabe wiederholt werden muss, näherungsweise $p = 0,2$ beträgt.

3 Punkte

- 2.2** Die Wahrscheinlichkeit, dass die Aufgabe wiederholt werden muss, beträgt $p = 0,2$.

- 2.2.1** Die Tester spielen die gleiche Situation zehnmal hintereinander. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sie mindestens einmal die Aufgabe wiederholen müssen.

4 Punkte

- 2.2.2** Beurteilen Sie die Aussage, dass mindestens 25 Durchgänge gespielt werden müssen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass die Spieler mindestens einmal die Aufgabe wiederholen müssen, größer als 99% ist.

6 Punkte

- 2.3** Die Entwickler beschließen einen Marathon-Test und lassen die beiden Spieler 100 Durchgänge hintereinander spielen. Gehen Sie hierbei von einer Erfolgswahrscheinlichkeit von $p = 0,8$ aus.

- 2.3.1** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der erfolgreich durchgeführten Spiele um höchstens 5 vom Erwartungswert abweicht.

5 Punkte



- 2.3.2** Vor der Auswertung der Ergebnisse wird im Team spekuliert. Einer der Spieler meint: „Wenn wir so gut gespielt haben wie immer, dann liegt die Wahrscheinlichkeit, dass wir bei den 100 Spielen genau 20 Fehlversuche hatten, knapp unter 10%.“
Beurteilen Sie diese Aussage.

4 Punkte

- 2.4** Eine erfolgreich beendete Spielrunde ($p = 0,8$) dauert im Durchschnitt 3 Minuten. Bei Misserfolg kommt noch eine Minute dazu, um die Ausgangssituation wieder her zu stellen.
Bestimmen Sie, wie lange die Tester voraussichtlich brauchen, um 10 Spielrunden durchzuführen.

5 Punkte

- 2.5** Nach intensivem Training behaupten die beiden Spieler, dass die Wahrscheinlichkeit, dass beide gleichzeitig scheitern bei höchstens 12,5% liegt. Diese Behauptung soll in 100 Spieldurchgängen überprüft werden.

- 2.5.1** Berechnen Sie, ab welcher Anzahl gescheiterter Durchgänge diese Behauptung auf einem Signifikanzniveau von 5% zurückgewiesen werden kann. (Hinweis: Falls die Aufgabe mit der σ -Umgebung gelöst wird, gilt für den Radius $r = 1,64 \sigma$).

7 Punkte

- 2.5.2** Interpretieren Sie, was ein Fehler 2. Art (β -Fehler) für diesen Sachverhalt bedeutet.
Weisen Sie nach, dass dieser Fehler für das obige Testverfahren näherungsweise 70% beträgt, wenn die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Scheitern tatsächlich bei $p = \frac{1}{6}$ liegt.

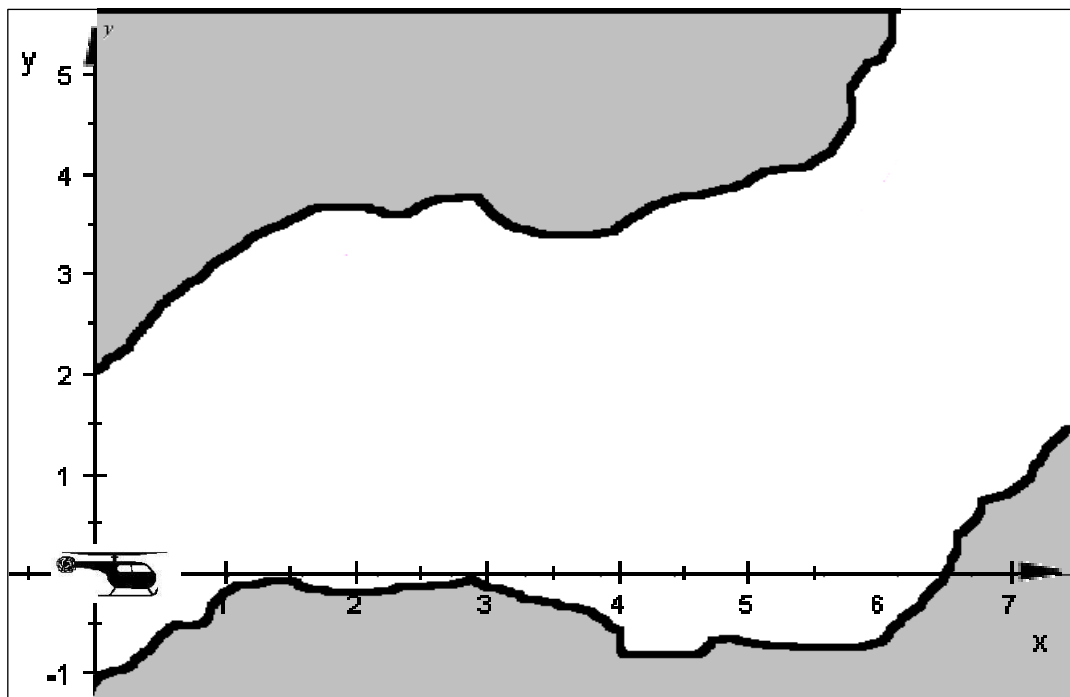
7 Punkte

Auswahlaufgabe 3 (ohne CAS)

(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Beschreibung der Ausgangssituation

In einem 2D-Computerspiel soll ein Hubschrauber durch eine Höhle gesteuert werden. Dabei gilt es, Kollisionen mit Wänden und Hindernissen zu vermeiden. Eine vorgegebene ideale Flugbahn wird mit der vom Spieler geflogenen Bahn verglichen. Der Hubschrauber startet im Koordinatenursprung. Die Angaben für x und y erfolgen in LE (Längeneinheiten).



3.1 Die ideale Flugbahn im Spiellevel 0 lässt sich durch eine ganzrationale Funktion f dritten Grades beschreiben.

3.1.1 Der Graph von f hat im Koordinatenursprung die Steigung $m_1 = 3$. Der Graph verläuft durch den Punkt $P(1; 2)$ und hat an der Stelle $x = 3$ die Steigung $m_2 = -\frac{3}{8}$.

Leiten Sie aus diesen Vorgaben die Funktionsgleichung von f her.

(Kontrollergebnis: $f(x) = \frac{1}{8} \cdot x^3 - \frac{9}{8} \cdot x^2 + 3 \cdot x$, $x \in \mathbb{R}$).

8 Punkte

3.1.2 Die ideale Flugbahn soll graphisch dargestellt werden. Bestimmen Sie dazu rechnerisch die lokalen Hoch-, Tief- und Wendepunkte der Funktion f und skizzieren Sie mit deren Hilfe den Graphen der Funktion f im Intervall $[0; 6]$.

11 Punkte



- 3.2** Für eine Spielvariante wird der Graph der optimalen Flugbahn durch die zusammengesetzte Funktion g mit

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \in [0; 3] \\ -\frac{1}{8} \cdot x^3 + \frac{9}{8} \cdot x^2 - 3,75 \cdot x + 6,75 & \text{für } x \in]3; 6] \end{cases}$$

beschrieben.

Beweisen Sie, dass die Funktion g an der Stelle $x = 3$ stetig und differenzierbar ist.

8 Punkte

- 3.3** Eine weitere Flugbahn verläuft durch die Punkte $P_1(0;0)$, $P_2(2;3)$, $P_3(3;2)$ und $P_4(5;5)$.
Geben Sie die Bedingungsgleichungen für diese Flugbahn mit Hilfe kubischer Splines mit den Randbedingungen $sp_1''(0) = 0$ und $sp_3''(5) = 0$ an. (Hinweis: Mit den Bedingungsgleichungen sind keine Berechnungen durchzuführen.)

4 Punkte

- 3.4** Berechnen Sie $\frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b |(f(x) - sp_1(x))| dx$ mit $b = 2$ und $a = 0$.

Für sp_1 gilt dabei: $sp_1(x) = -\frac{1}{4} \cdot x^3 + \frac{5}{2} \cdot x$.

Interpretieren Sie das Ergebnis im Kontext des 2D-Computerspiels.

14 Punkte

Materialgrundlage

Die verwendeten Grafiken sind eigenes Material.

Punktevergabe und Arbeitszeit

Inhaltliche Leistung	135 Punkte
Darstellungsleistung	15 Punkte
Gesamtpunktzahl	150 Punkte

Bearbeitungszeit:	255 Minuten
zusätzliche Auswahlzeit:	Keine

Auswahlaufgabe 4 (mit CAS)

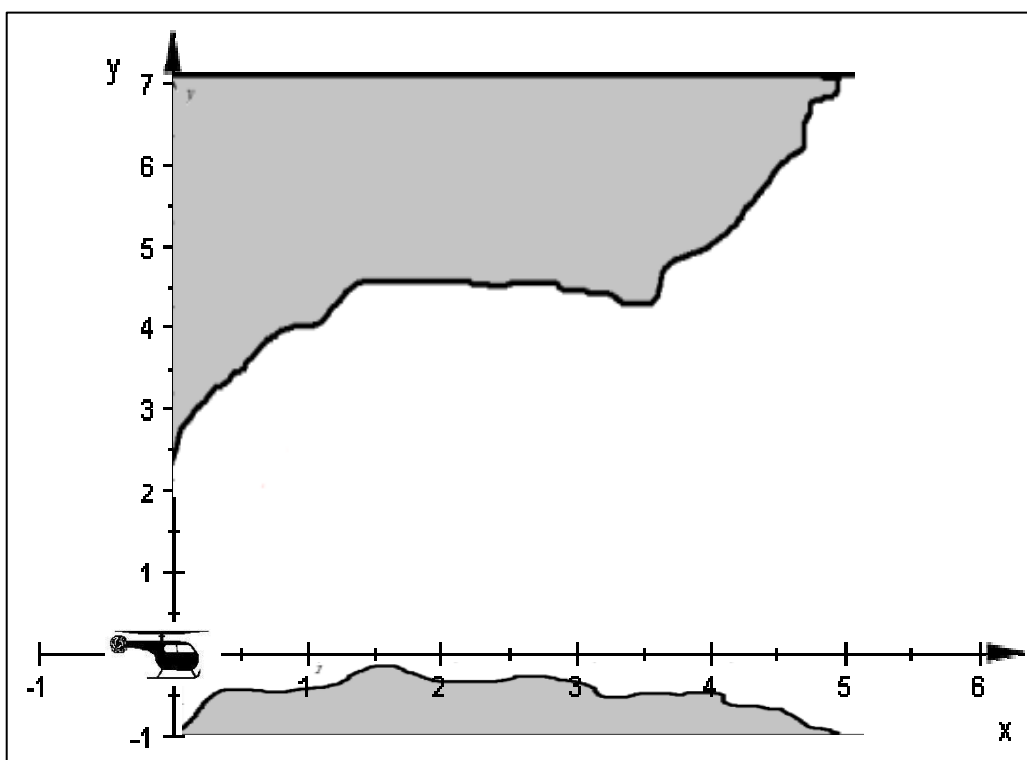
(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Hinweis:

Bei sämtlichen Teilaufgaben sind die Lösungen mit Hilfe von Methoden der Differential- und Integralrechnung zu erstellen.

Beschreibung der Ausgangssituation

In einem 2D-Computerspiel soll ein Hubschrauber durch eine Höhle gesteuert werden. Dabei gilt es, Kollisionen mit Wänden und Hindernissen zu vermeiden. Eine vorgegebene ideale Flugbahn wird mit der vom Spieler geflogenen Bahn verglichen. Der Hubschrauber startet im Koordinatenursprung. Die Angaben für x und y erfolgen in LE (Längeneinheiten).



- 4.1 Die ideale Flugbahn im Spiellevel 0 lässt sich durch eine ganzrationale Funktion f vierten Grades beschreiben.

- 4.1.1 Der Graph von f hat im Koordinatenursprung die Steigung $m = 3$. Der Graph verläuft durch die Punkte $P\left(2; 3\frac{1}{3}\right)$ und $Q\left(3; 2\frac{1}{4}\right)$. An der Stelle $x = 3$ hat der Graph von f' ein lokales Minimum.

Leiten Sie aus diesen Vorgaben die Funktionsgleichung von f her.

(Kontrollergebnis: $f(x) = \frac{1}{12} \cdot x^4 - \frac{1}{2} \cdot x^3 + 3 \cdot x, x \in \mathbb{R}$).



6 Punkte

- 4.1.2** Für eine Spielvariante eines höheren Spiellevels soll der Graph der optimalen Flugbahn durch die zusammengesetzte Funktion g mit

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \in [0;3] \\ \frac{1}{18} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + 5\frac{1}{4} & \text{für } x \in]3;6] \end{cases}$$

beschrieben werden.

Beweisen Sie, dass die Funktion g an der Stelle $x_0 = 3$ stetig und differenzierbar ist.

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion g im Intervall $[0; 6]$ in ein Koordinatensystem.

12 Punkte

- 4.1.3** In einem anderen Level müssen die Kanten eines dreieckigen Hindernisses mit den Eckpunkten $A(0,5 ; 0)$, $B(4 ; 0)$ und $C(2 ; 3)$ möglichst nah überflogen werden.

Zeichnen Sie das Hindernis in ihre Zeichnung aus 4.1.2 ein.

3 Punkte

- 4.1.4** Ein Maß für die Güte des Fluges ist die Größe der Fläche zwischen dem Graphen der Flugbahn und dem Dreieck über dem Intervall $[0,5 ; 4]$.

Bestimmen Sie den Inhalt dieser Fläche, wenn die Flugbahn durch den Graphen von g gegeben ist.

5 Punkte



4.2 Die Graphen einiger Flugbahnen lassen sich über dem Intervall $[0; 6]$ durch die Funktionenschar s_k mit $s_k(x) = (0,128 \cdot x^3 - 1,664 \cdot x^2 + 5,12 \cdot x) \cdot e^{-k \cdot x}$ mit $k \in]0; 4]$ beschreiben.

4.2.1 Für $k = 0,3$ gibt es im Intervall $[0; 2]$ genau einen Kollisionspunkt mit dem Hindernis aus 4.1.3.

Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Kollisionspunktes.

(Hinweis: Je nach verwendetem CAS muss unter Umständen mit numerischen Befehlen zum Lösen von Gleichungen gearbeitet werden.)

6 Punkte

4.2.2 Für $k = 0,2$ findet keine Kollision mit dem Hindernis aus 4.1.3 statt. Berechnen Sie im Intervall $[0; 3]$ die maximale vertikale Abweichung zwischen der idealen Flugbahn (Graph von f) und der durch den Graphen von $s_{0,2}$ beschriebenen Flugbahn. (Hinweis: Es gibt genau eine Lösung.)

6 Punkte

4.3 An den Graphen der Funktion $s_{0,3}(x) = (0,128 \cdot x^3 - 1,664 \cdot x^2 + 5,12 \cdot x) \cdot e^{-0,3 \cdot x}$ werden im Intervall $[2; 5]$ Tangenten angelegt. Beweisen Sie, dass die Tangente mit dem höchsten y-Achsenabschnitt die Wendetangente ist.

7 Punkte

Materialgrundlage

Die verwendeten Grafiken sind eigenes Material.

Punktevergabe und Arbeitszeit

Inhaltliche Leistung	135 Punkte
Darstellungsleistung	15 Punkte
Gesamtpunktzahl	150 Punkte

Bearbeitungszeit:	255 Minuten
zusätzliche Auswahlzeit:	Keine



Anhang

Tabellierte kumulierte Binomialverteilung

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
20	0	6676	5438	4420	3585	1216	0692	0261	0115	0032	0008	0003	0000	0000	19	20
	1	9401	8802	8103	7358	3917	2669	1304	0692	0243	0076	0033	0005	0000	18	
	2	9929	9790	9561	9245	6769	5353	3287	2061	0913	0355	0176	0036	0002	17	
	3	9994	9973	9926	9841	8670	7653	5665	4114	2252	1071	0604	0160	0013	16	
	4		9997	9990	9974	9568	9050	7687	6296	4148	2375	1515	0510	0059	15	
	5			9999	9997	9887	9688	8982	8042	6172	4164	2972	1256	0207	14	
	6					9976	9916	9629	9133	7858	6080	4793	2500	0577	13	
	7					9996	9981	9887	9679	8982	7723	6615	4159	1316	12	
	8					9999	9997	9972	9900	9591	8867	8095	5956	2517	11	
	9						9999	9994	9974	9861	9520	9081	7553	4119	10	
	10							9999	9994	9961	9829	9624	8725	5881	9	
	11								9999	9991	9949	9870	9435	7483	8	
	12									9998	9987	9963	9790	8684	7	
	13										9997	9991	9935	9423	6	
	14											9998	9984	9793	5	
	15												9997	9941	4	
	16													9987	3	
	17													9998	2	
	18														1	
	19														0	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
30	0	5455	4010	2939	2146	0424	0182	0042	0012	0002	0000	0000	0000	0000	29	30
	1	8795	7731	6612	5535	1837	0962	0295	0105	0020	0003	0001	0000	0000	28	
	2	9783	9399	8831	8122	4114	2579	1028	0442	0106	0021	0007	0000	0000	27	
	3	9971	9881	9694	9392	6474	4734	2396	1227	0374	0093	0033	0003	0000	26	
	4	9997	9982	9937	9844	8245	6812	4243	2552	0979	0302	0122	0015	0000	25	
	5		9998	9989	9967	9268	8356	6164	4275	2026	0766	0355	0057	0002	24	
	6			9999	9994	9742	9275	7765	6070	3481	1595	0838	0172	0007	23	
	7				9999	9922	9725	8863	7608	5143	2814	1668	0435	0026	22	
	8					9980	9910	9494	8713	6736	4315	2860	0940	0081	21	
	9					9995	9974	9803	9389	8034	5888	4317	1763	0214	20	
	10					9999	9994	9933	9744	8943	7304	5848	2915	0494	19	
	11						9999	9980	9905	9493	8407	7239	4311	1002	18	
	12							9995	9969	9784	9155	8340	5785	1808	17	
	13							9999	9991	9918	9599	9102	7145	2923	16	
	14								9998	9973	9831	9565	8246	4278	15	
	15								9999	9992	9936	9812	9029	5722	14	
	16									9998	9979	9928	9519	7077	13	
	17										9994	9975	9788	8192	12	
	18										9998	9993	9917	8998	11	
	19											9998	9971	9506	10	
	20												9991	9786	9	
	21												9998	9919	8	
	22													9974	7	
	23													9993	6	
	24													9998	5	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
50	0	3642	2181	1299	0769	0052	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	49	50
	1	7358	5553	4005	2794	0338	0103	0012	0002	0000	0000	0000	0000	0000	48	
	2	9216	8108	6767	5405	1117	0418	0066	0013	0001	0000	0000	0000	0000	47	
	3	9822	9372	8609	7604	2503	1138	0238	0057	0005	0000	0000	0000	0000	46	
	4	9968	9832	9510	8964	4312	2346	0643	0185	0021	0002	0000	0000	0000	45	
	5	9995	9963	9856	9622	6161	3935	1388	0480	0070	0007	0001	0000	0000	44	
	6	9999	9993	9964	9882	7702	5637	2506	1034	0194	0025	0005	0000	0000	43	
	7		9999	9992	9968	8779	7165	3911	1904	0453	0073	0017	0001	0000	42	
	8			9999	9992	9421	8339	5421	3073	0916	0183	0050	0002	0000	41	
	9				9998	9755	9121	6830	4437	1637	0402	0127	0008	0000	40	
	10					9906	9579	7986	5836	2622	0789	0284	0022	0000	39	
	11					9968	9817	8827	7107	3816	1390	0570	0057	0000	38	
	12					9990	9928	9373	8139	5110	2229	1035	0133	0002	37	
	13					9997	9974	9693	8894	6370	3279	1715	0280	0005	36	
	14					9999	9991	9862	9393	7481	4468	2612	0540	0013	35	
	15						9997	9943	9692	8369	5692	3690	0955	0033	34	
	16						9999	9978	9856	9017	6839	4868	1561	0077	33	
	17							9992	9937	9449	7822	6046	2369	0164	32	
	18							9997	9975	9713	8594	7126	3356	0325	31	
	19							9999	9991	9861	9152	8036	4465	0595	30	
	20								9997	9937	9522	8741	5610	1013	29	
	21								9999	9974	9749	9244	6701	1611	28	
	22									9990	9877	9576	7660	2399	27	
	23									9996	9944	9778	8438	3359	26	
	24									9999	9976	9892	9022	4439	25	
	25										9991	9951	9427	5561	24	
	26										9997	9979	9686	6641	23	
	27										9999	9992	9840	7601	22	
	28											9997	9924	8389	21	
	29											9999	9966	8987	20	
	30												9986	9405	19	
	31												9995	9675	18	
	32												9998	9836	17	
	33												9999	9923	16	
	34													9967	15	
	35													9987	14	
	36													9995	13	
	37													9998	12	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
100	0	1326	0476	0169	0059	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	99	100
	1	4033	1946	0872	0371	0003	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	98	
	2	6767	4198	2321	1183	0019	0002	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	97	
	3	8590	6472	4295	2578	0078	0009	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	96	
	4	9492	8179	6289	4360	0237	0035	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	95	
	5	9845	9192	7884	6160	0576	0106	0004	0000	0000	0000	0000	0000	0000	94	
	6	9959	9688	8936	7660	1172	0267	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	93	
	7	9991	9894	9525	8720	2061	0576	0038	0003	0000	0000	0000	0000	0000	92	
	8	9998	9968	9810	9369	3209	1088	0095	0009	0000	0000	0000	0000	0000	91	
	9		9991	9932	9718	4513	1837	0213	0023	0000	0000	0000	0000	0000	90	
	10		9998	9978	9885	5832	2810	0427	0057	0001	0000	0000	0000	0000	89	
	11			9993	9957	7030	3947	0777	0126	0004	0000	0000	0000	0000	88	
	12			9998	9985	8018	5152	1297	0253	0010	0000	0000	0000	0000	87	
	13				9995	8761	6318	2001	0469	0025	0001	0000	0000	0000	86	
	14				9999	9274	7352	2875	0804	0054	0002	0000	0000	0000	85	
	15					9601	8199	3877	1285	0111	0004	0000	0000	0000	84	
	16					9794	8842	4942	1923	0211	0010	0001	0000	0000	83	
	17					9900	9296	5995	2712	0376	0022	0002	0000	0000	82	
	18					9954	9595	6965	3621	0630	0045	0005	0000	0000	81	
	19					9980	9780	7803	4602	0995	0089	0011	0000	0000	80	
	20					9992	9886	8482	5595	1488	0165	0024	0000	0000	79	
	21					9997	9944	8998	6540	2114	0288	0048	0000	0000	78	
	22					9999	9974	9370	7389	2864	0479	0091	0001	0000	77	
	23						9989	9622	8109	3711	0755	0164	0003	0000	76	
	24						9995	9783	8686	4617	1136	0281	0006	0000	75	
	25						9998	9881	9125	5535	1631	0459	0012	0000	74	
	26						9999	9938	9442	6417	2244	0716	0024	0000	73	
	27							9969	9658	7224	2964	1067	0046	0000	72	
	28							9985	9800	7925	3768	1526	0084	0000	71	
	29							9993	9888	8505	4623	2095	0148	0000	70	
	30							9997	9939	8962	5491	2768	0248	0000	69	
	31							9999	9969	9307	6331	3528	0398	0001	68	
	32								9984	9554	7107	4347	0615	0002	67	
	33								9993	9724	7793	5191	0913	0004	66	
	34								9997	9836	8371	6022	1303	0009	65	
	35								9999	9906	8839	6806	1795	0018	64	
	36								9999	9948	9201	7513	2386	0033	63	
	37									9973	9470	8125	3068	0060	62	
	38									9986	9660	8632	3822	0105	61	
	39									9993	9790	9035	4621	0176	60	
	40									9997	9875	9342	5433	0284	59	
	41									9999	9928	9567	6225	0443	58	
	42									9999	9960	9725	6967	0666	57	
	43										9979	9831	7635	0967	56	
	44										9989	9900	8211	1356	55	
	45										9995	9943	8689	1841	54	
	46										9997	9969	9070	2421	53	
	47										9999	9983	9362	3086	52	
	48										9999	9992	9577	3822	51	
	49											9996	9729	4602	50	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n