



BERUFSKOLLEG
Berufliches Gymnasium

Zentrale Abiturprüfung 2011

Weiterer Leistungskurs

Fach Mathematik

Fachbereich Informatik



Aufgabenstellung

Aufgabe 1

(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Beschreibung der Ausgangssituation:

Die Firma „Special Solutions“ vertreibt eine Software, die insbesondere auf aktuellen Handys installiert werden kann. Man kann aus dem Programm heraus Strichcodes (EAN 13) mit der im Handy integrierten Kamera scannen. Anschließend baut das Programm eine Internetverbindung auf, um in einer Datenbank den Artikel zu identifizieren. Dem Nutzer werden dann der Name des Artikels und der laut Datenbank günstigste Anbieter genannt.

- 1.1** Vor der Markteinführung wurden unter gleichen Bedingungen Versuche mit Handys der drei führenden Hersteller (A, B und C) durchgeführt. Tabelle 1 zeigt die Marktanteile und Tabelle 2 die Anteile der aufgetretenen Probleme. Zwei oder mehr Probleme traten bei einem Handy nie gleichzeitig auf. Die Marketingabteilung veranlasst eine Untersuchung.

Tabelle 1	A	B	C
Marktanteil	30%	25%	45%

Tabelle 2	A	B	C
Installationsprobleme	5%	2%	2%
Optische Probleme	1%	5%	0%
Verbindungsprobleme	1%	10%	5%

- 1.1.1** Zeigen Sie, dass der Anteil der Handys, bei denen Probleme auftreten, bei 9,5% liegt.

2 Punkte

- 1.1.2** Es ist ein Verbindungsproblem aufgetreten.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der dieses Handy vom Hersteller C stammt.

4 Punkte

- 1.1.3** Die Firma „Special Solutions“ betreibt eine Hotline, die bei Problemen angerufen werden kann.

Untersuchen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Anrufer bei der Hotline ein optisches Problem mit seinem Handy hat.

5 Punkte



- 1.2** Mit Hilfe der Software soll der günstigste Preis für MP3-Player gesucht werden. 87,5% aller gängigen MP3-Player sind in der Datenbank gelistet.

In einem großen Elektronik-Fachmarkt werden MP3-Player diverser Anbieter und Bauarten zufällig ausgewählt. Die binomialverteilte Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der nach n Scanvorgängen in der Datenbank gefundenen Player.

- 1.2.1** Erläutern Sie den Aufbau der Formel $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$,

$0 \leq k \leq n$ und ihre Bedeutung im Anwendungskontext.

5 Punkte

- 1.2.2** Es werden 30 unterschiedliche MP3-Player eingescannt.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- weniger als 20
- mindestens 20 und höchstens 25
- genau 25
- mehr als 25

MP3-Player in der Datenbank gelistet sind.

8 Punkte

- 1.3** „Special Solutions“ behauptet auf ihrer Homepage, dass ihr Programm in mindestens 75% aller Fälle den günstigsten Anbieter nennt, sofern der Artikel in der Datenbank gelistet ist. Ein Marktforschungsinstitut misstraut dieser Aussage. Die Behauptung von „Special Solutions“ $H_0 : p \geq 0,75$ soll daher anhand einer Stichprobe von 100 Stück zurückgewiesen werden. Dabei werden in mehreren Großmärkten 100 gängige Artikel gescannt, die alle in der Datenbank geführt werden. Der angegebene Preis wird mit dem parallel im Internet recherchierten günstigsten Preis verglichen.

- 1.3.1** Zeigen Sie, dass die Datenbank den günstigsten Anbieter in höchstens 67 aller Fälle nennen darf, damit auf einem Signifikanzniveau von 5% das Misstrauen des Marktforschungsinstituts gerechtfertigt erscheint.

(Hinweis: Falls die Aufgabe mit der σ -Umgebung gelöst wird, gilt für den Radius $r = 1,64 \cdot \sigma$.)

6 Punkte



1.3.2 Erläutern Sie für diesen Sachverhalt, was ein Fehler 2. Art (β -Fehler) bedeutet.

Berechnen Sie ihn, wenn tatsächlich nur in 70% der Fälle der günstigste Preis angegeben wird.

8 Punkte

1.4 Die Varianz einer Zufallsgröße X , die die Werte x_0, x_1, \dots, x_n annehmen kann, ist definiert als: $V(X) = \sum_{i=0}^n (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$. X sei die Anzahl der Treffer in einem n -stufigen Bernoulliversuch mit der Trefferwahrscheinlichkeit p und dem Erwartungswert $\mu = n \cdot p$.

Beweisen Sie, dass im Fall $n = 2$ für die Varianz gilt: $V(X) = 2 \cdot p \cdot (1-p)$.

7 Punkte



Aufgabe 2

(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Es seien $a, b \in \mathbb{Z}$ und $m \in \mathbb{N}$. Wir definieren: $a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow m \mid a - b$

2.1 Beweisen Sie:

Wenn sich bei der Division von a und b durch m jeweils derselbe Rest r mit $0 \leq r < m$ ergibt, dann folgt: $a \equiv b \pmod{m}$.

4 Punkte

2.2 Es seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$ und $m \in \mathbb{N}$.

2.2.1 Beweisen Sie:

Wenn $a \equiv b \pmod{m}$, dann gilt: $a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m}$.

3 Punkte

2.2.2 Beurteilen Sie die allgemeine Gültigkeit der folgenden „Kürzungsregel“:

Aus $a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m}$ folgt: $a \equiv b \pmod{m}$.

4 Punkte

2.3 Bestimmen Sie den Rest von 2^{293} bei der Division durch 13.

5 Punkte

2.4 Bestimmen Sie die letzte Ziffer von 3^{2003} .

4 Punkte

2.5 \mathbb{Z}_6 sei die Menge der Restklassen modulo 6.

Überprüfen Sie mit Hilfe einer Verknüpfungstafel für die Restklassenmultiplikation \odot in \mathbb{Z}_6 , ob bei (\mathbb{Z}_6, \odot) die folgenden Eigenschaften erfüllt sind: Abgeschlossenheit, Existenz eines neutralen Elements, Existenz inverser Elemente und Kommutativität.

6 Punkte



2.6 Gegeben seien die natürlichen Zahlen 1246 und 1834.

Bestimmen Sie den größten gemeinsamen Teiler in der Form
 $\text{ggT}(1246, 1834) = x \cdot 1246 + y \cdot 1834$ mit $x, y \in \mathbb{Z}$.

5 Punkte

In den folgenden Teilaufgaben rund um den RSA-Algorithmus sei das Zahlenpaar $P = (e, n)$ der *öffentliche Schlüssel (Public Key)* und das Zahlenpaar $S = (d, n)$ der *geheime Schlüssel (Secret Key)*.

Das Alphabet sei wie folgt geschlüsselt:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Die Blockgröße sei 3, d.h. die Nachricht „TOR“ wird zu „201 518“ geschlüsselt mit dem ersten Block 201 und dem zweiten Block 518.

2.7 Auf Basis der beiden Primzahlen $p = 37$ und $q = 73$ können öffentliche Schlüssel erzeugt werden.

Zeigen Sie, dass $P = (81, 2701)$ kein gültiger öffentlicher Schlüssel ist.

Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl e_1 derart, dass $P_1 = (e_1, 2701)$ ein gültiger öffentlicher Schlüssel ist.

7 Punkte

2.8 Auf der Basis zweier anderer Primzahlen wird ein gültiger öffentlicher Schlüssel $P_2 = (463, 1147)$ erzeugt. Da die Zahl $n = 1147$ klein ist, lässt sie sich schnell faktorisieren.

Bestimmen Sie den geheimen Schlüssel S_2 und die ursprüngliche Nachricht, falls die chiffrierte Nachricht $C_2 = „195 759“$ lautet.

7 Punkte



Auswahlaufgabe 3 (ohne CAS)

(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Beschreibung der Ausgangssituation:

Bei der Simulation von Menschenströmen innerhalb von Fußballstadien werden computergestützte Systeme eingesetzt, die Menschenströme erfassen, zählen und ein mathematisches Modell der Situation erstellen. Derartige Modelle dienen der Lenkung dieser Menschenströme.

Aufgrund von automatischen Messungen an verschiedenen Orten in einem Fußballstadion lässt sich die Anzahl der Personen in einem bestimmten Stadionbereich für die nächsten 15 Minuten angeben und näherungsweise durch die Funktion f mit

$f(t) = 100 \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$, $t \in [0; 15]$ beschreiben.

- 3.1** Bestimmen Sie, wie viele Personen sich voraussichtlich zum Zeitpunkt $t = 2$ in diesem Stadionbereich befinden werden.

3 Punkte

- 3.2** Zur Lenkung der Menschenströme sind Prognosen über die Änderungsrate der Personenanzahl erforderlich.

- 3.2.1** Zeigen Sie, dass für die Änderungsrate f' der Anzahl der Menschen in diesem Stadionbereich $f'(t) = (100 - 25 \cdot t) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ gilt.

3 Punkte

- 3.2.2** Bestimmen Sie den Zeitpunkt t , zu dem sich voraussichtlich die meisten Personen in dem Stadionbereich befinden werden und geben Sie die maximale Personenanzahl an.

9 Punkte

- 3.2.3** Berechnen Sie, wann die Anzahl der Personen in diesem Stadionbereich am stärksten abnehmen wird.

4 Punkte

- 3.2.4** Innerhalb der ersten 3 Minuten befinden sich nach dem Modell zu genau einem Zeitpunkt voraussichtlich 200 Personen in diesem Stadionbereich.

Berechnen Sie mit Hilfe eines numerischen Verfahrens den gesuchten Zeitpunkt t auf zwei Nachkommastellen genau.

Beweisen Sie, dass es sich um den einzigen Zeitpunkt mit dieser Eigenschaft handelt.

12 Punkte



- 3.3** Ein weiterer Bestandteil der Prognosen sind Aussagen über die durchschnittliche Anzahl von Personen, die sich in einem bestimmten Stadionbereich aufhalten. Die Funktion $F(t) = -400 \cdot (t + 4) \cdot e^{-0,25 \cdot t + 1}$ ist eine Stammfunktion von f .

Zeigen Sie mit Hilfe der Integralrechnung, wie viele Personen sich durchschnittlich laut Modell innerhalb der ersten 10 Minuten in dem Stadionbereich aufhalten werden.

6 Punkte

- 3.4** Ab einem bestimmten Zeitpunkt lässt sich die Personenanzahl mit Hilfe einer linearen Funktion approximieren. Die Punkte $P_1(6; 364)$, $P_2(7; 331)$ und $P_3(8; 294)$ liegen näherungsweise auf dem Graphen der Funktion f .

Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Punkte die Gleichung der Regressionsgeraden.

8 Punkte

Materialgrundlage

entfällt

Punktevergabe und Arbeitszeit

Inhaltliche Leistung	135 Punkte
Darstellungsleistung	15 Punkte
Gesamtpunktzahl	150 Punkte

Bearbeitungszeit:	255 Minuten
zusätzliche Auswahlzeit:	Keine



Auswahlaufgabe 4 (mit CAS)

(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Hinweis:

Bei sämtlichen Teilaufgaben sind die Lösungen mit Hilfe von Methoden der Differential- und Integralrechnung zu erstellen.

Beschreibung der Ausgangssituation:

Bei der Simulation von Menschenströmen innerhalb von Fußballstadien werden computergestützte Systeme eingesetzt, die Menschenströme erfassen, zählen und ein mathematisches Modell der Situation erstellen. Derartige Modelle dienen der Lenkung dieser Menschenströme.

Aufgrund von automatischen Messungen an verschiedenen Orten in einem Fußballstadion lässt sich die Anzahl der Personen in einem bestimmten Stadionbereich für die nächsten 15 Minuten angeben und näherungsweise durch die Funktionenschar f_k mit

$f_k(t) = 100 \cdot k \cdot t \cdot e^{-\frac{1}{4} \cdot k \cdot t + 1}$, $t \in [0; 15]$, $k \in [1; 2]$ beschreiben. Der Parameter k steht für Veränderungen im Verhalten bei unterschiedlichen Menschengruppen.

- 4.1** Skizzieren Sie exemplarisch den Verlauf der Graphen der Funktionenschar für $k = 1$, $k = 1,5$ und $k = 2$.

Erläutern Sie mit Hilfe der Graphen die Bedeutung des Parameters k für die beschriebene Situation in mindestens drei Aspekten.

9 Punkte

- 4.2** Zeigen Sie rechnerisch, dass der Funktionswert an der lokalen Maximalstelle der Funktion f_k unabhängig von dem Parameter k ist und interpretieren Sie das Ergebnis für die beschriebene Situation.

9 Punkte

- 4.3** Zur Lenkung der Menschenströme ist es für dieses Modell erforderlich, die Lage der Wendepunkte in Abhängigkeit von dem Parameter k zu erfassen. Bestimmen Sie dazu die Gleichung der Ortskurve der Wendepunkte.

8 Punkte

- 4.4** Bestimmen Sie den Parameter k derart, dass sich zum Zeitpunkt $t = 5$ in dem Stadionbereich 300 Personen befinden werden.

4 Punkte



- 4.5** Bestimmen Sie mit Hilfe der Integralrechnung, wie viele Personen sich laut Modell in Abhängigkeit von dem Parameter k durchschnittlich innerhalb der ersten 10 Minuten in dem Stadionbereich aufhalten werden.

5 Punkte

- 4.6** Es gilt $k > 0$.
Leiten Sie k derart her, dass die Fläche zwischen dem Graphen der Scharkurve f_k und der x -Achse im Intervall $[0; 10]$ maximal wird.

10 Punkte

Materialgrundlage

entfällt

Punktevergabe und Arbeitszeit

Inhaltliche Leistung	135 Punkte
Darstellungsleistung	15 Punkte
Gesamtpunktzahl	150 Punkte

Bearbeitungszeit:	255 Minuten
zusätzliche Auswahlzeit:	Keine



Anhang

Tabellierte kumulierte Binomialverteilung

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
20	0	6676	5438	4420	3585	1216	0692	0261	0115	0032	0008	0003	0000	0000	19	20
	1	9401	8802	8103	7358	3917	2669	1304	0692	0243	0076	0033	0005	0000	18	
	2	9929	9790	9561	9245	6769	5353	3287	2061	0913	0355	0176	0036	0002	17	
	3	9994	9973	9926	9841	8670	7653	5665	4114	2252	1071	0604	0160	0013	16	
	4		9997	9990	9974	9568	9050	7687	6296	4148	2375	1515	0510	0059	15	
	5			9999	9997	9887	9688	8982	8042	6172	4164	2972	1256	0207	14	
	6					9976	9916	9629	9133	7858	6080	4793	2500	0577	13	
	7					9996	9981	9887	9679	8982	7723	6615	4159	1316	12	
	8					9999	9997	9972	9900	9591	8867	8095	5956	2517	11	
	9						9999	9994	9974	9861	9520	9081	7553	4119	10	
	10							9999	9994	9961	9829	9624	8725	5881	9	
	11								9999	9991	9949	9870	9435	7483	8	
	12									9998	9987	9963	9790	8684	7	
	13										9997	9991	9935	9423	6	
	14											9998	9984	9793	5	
	15												9997	9941	4	
	16													9987	3	
	17													9998	2	
	18														1	
	19														0	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
30	0	5455	4010	2939	2146	0424	0182	0042	0012	0002	0000	0000	0000	0000	29	30
	1	8795	7731	6612	5535	1837	0962	0295	0105	0020	0003	0001	0000	0000	28	
	2	9783	9399	8831	8122	4114	2579	1028	0442	0106	0021	0007	0000	0000	27	
	3	9971	9881	9694	9392	6474	4734	2396	1227	0374	0093	0033	0003	0000	26	
	4	9997	9982	9937	9844	8245	6812	4243	2552	0979	0302	0122	0015	0000	25	
	5		9998	9989	9967	9268	8356	6164	4275	2026	0766	0355	0057	0002	24	
	6			9999	9994	9742	9275	7765	6070	3481	1595	0838	0172	0007	23	
	7				9999	9922	9725	8863	7608	5143	2814	1668	0435	0026	22	
	8					9980	9910	9494	8713	6736	4315	2860	0940	0081	21	
	9					9995	9974	9803	9389	8034	5888	4317	1763	0214	20	
	10					9999	9994	9933	9744	8943	7304	5848	2915	0494	19	
	11						9999	9980	9905	9493	8407	7239	4311	1002	18	
	12							9995	9969	9784	9155	8340	5785	1808	17	
	13							9999	9991	9918	9599	9102	7145	2923	16	
	14								9998	9973	9831	9565	8246	4278	15	
	15								9999	9992	9936	9812	9029	5722	14	
	16									9998	9979	9928	9519	7077	13	
	17										9994	9975	9788	8192	12	
	18										9998	9993	9917	8998	11	
	19											9998	9971	9506	10	
	20												9991	9786	9	
	21												9998	9919	8	
	22													9974	7	
	23													9993	6	
	24													9998	5	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
50	0	3642	2181	1299	0769	0052	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	49	50
	1	7358	5553	4005	2794	0338	0103	0012	0002	0000	0000	0000	0000	0000	48	
	2	9216	8108	6767	5405	1117	0418	0066	0013	0001	0000	0000	0000	0000	47	
	3	9822	9372	8609	7604	2503	1138	0238	0057	0005	0000	0000	0000	0000	46	
	4	9968	9832	9510	8964	4312	2346	0643	0185	0021	0002	0000	0000	0000	45	
	5	9995	9963	9856	9622	6161	3935	1388	0480	0070	0007	0001	0000	0000	44	
	6	9999	9993	9964	9882	7702	5637	2506	1034	0194	0025	0005	0000	0000	43	
	7		9999	9992	9968	8779	7165	3911	1904	0453	0073	0017	0001	0000	42	
	8			9999	9992	9421	8339	5421	3073	0916	0183	0050	0002	0000	41	
	9				9998	9755	9121	6830	4437	1637	0402	0127	0008	0000	40	
	10					9906	9579	7986	5836	2622	0789	0284	0022	0000	39	
	11					9968	9817	8827	7107	3816	1390	0570	0057	0000	38	
	12					9990	9928	9373	8139	5110	2229	1035	0133	0002	37	
	13					9997	9974	9693	8894	6370	3279	1715	0280	0005	36	
	14					9999	9991	9862	9393	7481	4468	2612	0540	0013	35	
	15						9997	9943	9692	8369	5692	3690	0955	0033	34	
	16						9999	9978	9856	9017	6839	4868	1561	0077	33	
	17							9992	9937	9449	7822	6046	2369	0164	32	
	18							9997	9975	9713	8594	7126	3356	0325	31	
	19							9999	9991	9861	9152	8036	4465	0595	30	
	20								9997	9937	9522	8741	5610	1013	29	
	21								9999	9974	9749	9244	6701	1611	28	
	22									9990	9877	9576	7660	2399	27	
	23									9996	9944	9778	8438	3359	26	
	24									9999	9976	9892	9022	4439	25	
	25										9991	9951	9427	5561	24	
	26										9997	9979	9686	6641	23	
	27										9999	9992	9840	7601	22	
	28											9997	9924	8389	21	
	29											9999	9966	8987	20	
	30												9986	9405	19	
	31												9995	9675	18	
	32												9998	9836	17	
	33												9999	9923	16	
	34													9967	15	
	35													9987	14	
	36													9995	13	
	37													9998	12	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
100	0	1326	0476	0169	0059	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	99	100
	1	4033	1946	0872	0371	0003	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	98	
	2	6767	4198	2321	1183	0019	0002	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	97	
	3	8590	6472	4295	2578	0078	0009	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	96	
	4	9492	8179	6289	4360	0237	0035	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	95	
	5	9845	9192	7884	6160	0576	0106	0004	0000	0000	0000	0000	0000	0000	94	
	6	9959	9688	8936	7660	1172	0267	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	93	
	7	9991	9894	9525	8720	2061	0576	0038	0003	0000	0000	0000	0000	0000	92	
	8	9998	9968	9810	9369	3209	1088	0095	0009	0000	0000	0000	0000	0000	91	
	9		9991	9932	9718	4513	1837	0213	0023	0000	0000	0000	0000	0000	90	
	10		9998	9978	9885	5832	2810	0427	0057	0001	0000	0000	0000	0000	89	
	11			9993	9957	7030	3947	0777	0126	0004	0000	0000	0000	0000	88	
	12			9998	9985	8018	5152	1297	0253	0010	0000	0000	0000	0000	87	
	13				9995	8761	6318	2001	0469	0025	0001	0000	0000	0000	86	
	14				9999	9274	7352	2875	0804	0054	0002	0000	0000	0000	85	
	15					9601	8199	3877	1285	0111	0004	0000	0000	0000	84	
	16					9794	8842	4942	1923	0211	0010	0001	0000	0000	83	
	17					9900	9296	5995	2712	0376	0022	0002	0000	0000	82	
	18					9954	9595	6965	3621	0630	0045	0005	0000	0000	81	
	19					9980	9780	7803	4602	0995	0089	0011	0000	0000	80	
	20					9992	9886	8482	5595	1488	0165	0024	0000	0000	79	
	21					9997	9944	8998	6540	2114	0288	0048	0000	0000	78	
	22					9999	9974	9370	7389	2864	0479	0091	0001	0000	77	
	23						9989	9622	8109	3711	0755	0164	0003	0000	76	
	24						9995	9783	8686	4617	1136	0281	0006	0000	75	
	25						9998	9881	9125	5535	1631	0459	0012	0000	74	
	26						9999	9938	9442	6417	2244	0716	0024	0000	73	
	27							9969	9658	7224	2964	1067	0046	0000	72	
	28							9985	9800	7925	3768	1526	0084	0000	71	
	29							9993	9888	8505	4623	2095	0148	0000	70	
	30							9997	9939	8962	5491	2768	0248	0000	69	
	31							9999	9969	9307	6331	3528	0398	0001	68	
	32								9984	9554	7107	4347	0615	0002	67	
	33								9993	9724	7793	5191	0913	0004	66	
	34								9997	9836	8371	6022	1303	0009	65	
	35								9999	9906	8839	6806	1795	0018	64	
	36								9999	9948	9201	7513	2386	0033	63	
	37									9973	9470	8125	3068	0060	62	
	38									9986	9660	8632	3822	0105	61	
	39									9993	9790	9035	4621	0176	60	
	40									9997	9875	9342	5433	0284	59	
	41									9999	9928	9567	6225	0443	58	
	42									9999	9960	9725	6967	0666	57	
	43										9979	9831	7635	0967	56	
	44										9989	9900	8211	1356	55	
	45										9995	9943	8689	1841	54	
	46										9997	9969	9070	2421	53	
	47										9999	9983	9362	3086	52	
	48										9999	9992	9577	3822	51	
	49											9996	9729	4602	50	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n