



**BERUFSKOLLEG**  
Berufliches Gymnasium

# **Zentrale Abiturprüfung 2010**

## **Weiterer Leistungskurs Mathematik**

**Fachbereich Informatik**



## Aufgabenstellung

### Aufgabe 1

(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)

Matrizen können unterschiedlichen Zwecken dienen. Sie helfen sowohl bei affinen Abbildungen als auch bei Verschlüsselungen.

- 1.1 In vielen Textverarbeitungsprogrammen werden Schriftbilder effektiv verändert.  
Der Buchstabe I (Urbild), beschrieben durch die Punkte  $P(0; 0)$ ,  $Q(1; 0)$ ,  $R(0; 5)$  und  $T(1; 5)$ , wird durch Multiplikation der Matrix  $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  mit den Ortsvektoren der Punkte abgebildet.  
Bestimmen Sie die Bildpunkte der Abbildung.  
Stellen Sie Urbild und Bild in einem Koordinatensystem geeignet dar.

(7 Punkte)

Für die folgenden Ver- und Entschlüsselungen kann die folgende Tabelle genutzt werden.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

- 1.2 Der Text „ABITUR“ kann mit Hilfe einer Matrizenmultiplikation mit der Matrix  $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  verschlüsselt werden. Dazu werden jeweils zwei Buchstaben zu einem Vektor zusammengefasst. So ergeben die Buchstaben AB den Vektor  $\vec{v}_{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- 1.2.1 Bestimmen Sie die Verschlüsselung für den Text als Ziffernfolge.

(3 Punkte)

- 1.2.2 Stellen Sie die Entschlüsselungsmatrix auf.

(3 Punkte)

- 1.2.3 Zeigen Sie, dass die Menge der 2x2 Matrizen  $M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  mit

$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \in \mathbb{R}$  eine kommutative Halbgruppe hinsichtlich der Matrizenmultiplikation bildet. (Hinweis: Für eine Halbgruppe sind Abgeschlossenheit, Assoziativität und Existenz eines neutralen Elements nachzuweisen. Auf den Nachweis der Assoziativität kann an dieser Stelle verzichtet werden.)

(8 Punkte)



Verschlüsselt wird bekanntermaßen mit unterschiedlichen Methoden.

- 1.3** Der folgende deutsche Text wurde mit Hilfe der Cäsarchiffre verschlüsselt:

J N S G J B J N X I J W S N H M Y X Y W J S L N X Y N X Y S N H M Y X

Geben Sie den entschlüsselten Text sowie die verwendeten Vorschriften  $y \equiv x + z \pmod{26}$  zur Verschlüsselung und Entschlüsselung an.  $z$  ist hierbei der Schlüssel.

**(4 Punkte)**

- 1.4** Erläutern Sie den Sonderfall, der bei einem Alphabet mit 26 Buchstaben und einer Verschlüsselung nach der Vorschrift  $y \equiv x + 13 \pmod{26}$  (auch ROT13 genannt) auftaucht.

**(2 Punkte)**

Innerhalb der Kryptologie und bei der Ermittlung von Prüfwerten haben Restklassenringe eine große Bedeutung.

- 1.5** Bestimmen Sie mit Hilfe des Erweiterten Euklidischen Algorithmus die Inverse zu 9 bezüglich der Multiplikation in  $\mathbb{Z}_{11}$ .

**(4 Punkte)**

- 1.6** Die zehnstellige Internationale Standard Buchnummer (ISBN) hat die Form a-bcd-efghi-p. Dabei gibt a das Herkunftsland an und bcd den Verlag. p ist die Prüfwert, die die folgende Gleichung erfüllen muss:  $1 \cdot a + 2 \cdot b + 3 \cdot c + 4 \cdot d + 5 \cdot e + 6 \cdot f + 7 \cdot g + 8 \cdot h + 9 \cdot i + p \equiv 0 \pmod{11}$ .

- 1.6.1** Bestimmen Sie für das Buch mit der unvollständigen ISBN-Nummer 3-507-83934 die Prüfwert.

**(3 Punkte)**

- 1.6.2.** Bestimmen Sie für das Buch mit der an einer Stelle falsch erfassten ISBN-Nummer 3-507-88974-3 eine korrekte ISBN-Nummer. Die Prüfwert ist hierbei korrekt erfasst.

**(3 Punkte)**

- 1.7** Die Kenntnis des größten gemeinsamen Teilers spielt bei der Anwendung der Eulerschen  $\varphi$ -Funktion eine große Rolle.

- 1.7.1** Zeigen Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus, dass der größte gemeinsame Teiler (ggT) von 632 und 53 gleich 1 ist.

**(3 Punkte)**

- 1.7.2** Zeigen Sie mit Hilfe der Eulerschen  $\varphi$ -Funktion, dass gilt:  $632^{107} \pmod{53} \equiv 42$

**(5 Punkte)**

**Aufgabe 2**

**(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)**

**Beschreibung der Ausgangssituation:**

Bei der Produktion von LCD-Bildschirmen treten gehäuft Fehler auf.

- 2.1** Bei der Stichprobe von zufällig ausgewählten LCD-Bildschirmen einer neuen Produktionsstraße wird festgestellt, dass lediglich 80% der Bildschirme fehlerfrei sind. 12% der Bildschirme haben einen Fehler vom *Typ 1*, von diesen besitzen 65% auch einen Fehler vom *Typ 2*.

- 2.1.1** Beschreiben Sie den Sachverhalt mit Hilfe einer Vierfeldertafel.

**(8 Punkte)**

- 2.1.2** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bildschirm keinen Fehler vom *Typ 2* hat.

**(2 Punkte)**

- 2.1.3** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bildschirm, der einen Fehler vom *Typ 2* hat, nicht zusätzlich einen Fehler vom *Typ 1* hat.

**(4 Punkte)**

- 2.2** Werden 100 Bildschirme untersucht, so lässt sich die Anzahl der fehlerhaften Bildschirme als binomialverteilte Zufallsvariable beschreiben. Gehen Sie weiterhin von 20% fehlerhaften Bildschirmen aus.

- 2.2.1** Geben Sie die allgemeine Formel für die Verteilung der Zufallsgröße an.  
Erklären Sie die Bedeutung der einzelnen Bestandteile.

**(5 Punkte)**

- 2.2.2** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

A: Unter den 100 Bildschirmen befinden sich nicht mehr als 21 fehlerhafte.

B: Unter den 100 Bildschirmen befinden sich mehr als 15 fehlerhafte.

**(4 Punkte)**

- 2.3** Um Produktionsfehler zu vermeiden, bietet sich der Einsatz eines geänderten Verfahrens an. Es wird vermutet, dass ein bestimmtes Verfahren den Anteil der fehlerhaften Bildschirme auf höchstens 12% senkt. Zur Bestätigung wird eine Stichprobe von 100 Bildschirmen untersucht.

Bestimmen Sie mit Hilfe eines Hypothesentests, wie viele dieser 100 Bildschirme maximal fehlerhaft sein dürfen (Signifikanzniveau 5%, Radius der Sigma-Umgebung 1,64).

**(9 Punkte)**



- 2.4** Im Bereich der Fertigungs- und Prozessautomatisierung kommen sogenannte „Panel-PC“ zum Einsatz. Für die Bilddarstellung sind folgende Komponenten von Bedeutung: das LCD-Display ( $B_1$ ), die Hintergrundbeleuchtung ( $B_2$ ) und die Grafikkarte ( $B_3$ ).

Fällt die Bilddarstellung eines Panel-PC aus, so kann man aus Erfahrung davon ausgehen, dass genau ein Bauteil  $B_i$  mit  $i \in \{1, 2, 3\}$  defekt ist. Der Fehler steckt mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  im Bauteil  $B_3$ ; die beiden anderen Bauteile gelten als gleich anfällig.

Der Techniker A prüft bei einem Ausfall des Panel-PC zunächst das Bauteil  $B_1$ . Ist das Bauteil in Ordnung, prüft er  $B_2$ ; ist dieses auch in Ordnung, muss der Fehler bei  $B_3$  liegen.

Der Techniker B prüft zuerst  $B_3$  und dann - falls erforderlich -  $B_1$ .

Der Techniker C schließlich prüft zuerst  $B_2$  und dann - falls nötig -  $B_3$ .

Die Prüfungen der Bauteile  $B_1$  und  $B_2$  kosten je 10,00 €, die von  $B_3$  20,00 €.

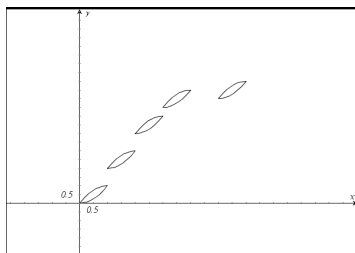
Zeigen Sie in Abhängigkeit von  $p$ , welcher Techniker am kostengünstigsten arbeitet.

**(13 Punkte)**

**Auswahlaufgabe 3 (ohne CAS)**

**(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)**

**Beschreibung der Ausgangssituation:**



Eine Computeranimation erzeugt bewegte Bilder so, dass Standbilder mit kleinen Veränderungen nacheinander in einem Film abgespielt werden. Bei der Pfadanimation verbindet der Modellierer ein Objekt mit einem Pfad bzw. einer Animationskurve (z.B. einem Funktionsgraphen), auf der sich ein Objekt bewegt. Wie bei einem Trickfilm werden so animierte Bilder erzeugt.

**Der Pfad**

Der Pfad wird im Folgenden durch die Funktionenschar  $f_a$  mit

$$f_a(x) = (a - x^2) \cdot e^{-x} \quad a, x \in \mathbb{R} \text{ dargestellt.}$$

- 3.1** Untersuchen Sie die Funktionenschar  $f_a$  auf Nullstellen in Abhängigkeit vom Parameter  $a$ .

Skizzieren Sie mit Hilfe der Nullstellen und des Verhaltens im Unendlichen den Graphen von  $f_0$ .

**(10 Punkte)**

- 3.2** Auch die Position der Extrempunkte macht eine Aussage über die Verwendbarkeit für eine Animation.

Bestimmen Sie die Anzahl der Extremstellen der Schar  $f_a$  sowie deren  $x$ -Koordinaten in Abhängigkeit von  $a$  (Hinweis: Das hinreichende Kriterium muss nicht untersucht werden).

**(7 Punkte)**

- 3.3** Man entscheidet sich für den Graphen von  $f_0$  mit  $f_0(x) = -x^2 \cdot e^{-x}$ , um eine Computeranimation durchzuführen. Dabei bewegt sich das Objekt wie folgt:

Zunächst entlang des Graphen von  $f_0$  bis zur Stelle  $x = 2$ .

Dort verlässt es den Pfad, den der Graph von  $f_0$  beschreibt, und bewegt sich auf dem Graphen einer nach oben geöffneten Parabel  $p$  weiter bis zu deren Nullstelle. Diese Parabel  $p$  ist durch Verschiebung aus der Normalparabel hervorgegangen.

- 3.3.1** Skizzieren Sie den gesamten Pfad.

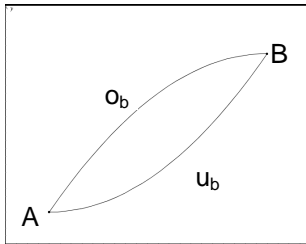
**(3 Punkte)**

- 3.3.2** Leiten Sie die Gleichung der Parabel  $p$  so her, dass der Anschluss an den Graphen von  $f_0$  differenzierbar ist.

Bestimmen Sie den für die Pfadanimation sinnvollen Definitionsbereich der Parabel.

**(9 Punkte)**

### Das Objekt



Das linsenförmige Objekt wird erzeugt durch die Graphen von  $o_b$  mit  $o_b(x) = -(x-b)^2 + b = -x^2 + 2 \cdot b \cdot x - b^2 + b$  und  $u_b$  mit  $u_b(x) = (x-(b-1))^2 + (b-1) = x^2 + (2-2 \cdot b) \cdot x + b^2 - b$ , im Intervall zwischen ihren Schnittpunkten A und B und  $b > 0,5$ .

**3.4** Im Folgenden wird untersucht, ob sich das Objekt in seiner Form und Größe abhängig von  $b$  verändert.

**3.4.1** Leiten Sie mit Hilfe der Schnittpunkte von  $o_b$  und  $u_b$  Breite und Höhe des Objektes her.

**(5 Punkte)**

**3.4.2** Berechnen Sie den Flächeninhalt des Objektes in Abhängigkeit von  $b$ .

**(9 Punkte)**

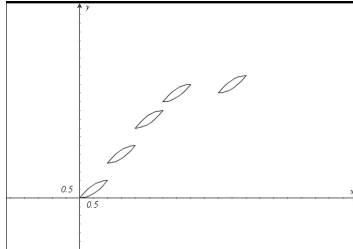
**3.4.3** Begründen Sie eine Aussage zu Form und Größe des Objektes in Abhängigkeit von  $b$ .

**(2 Punkte)**

**Auswahlaufgabe 4 (mit CAS)**

**(Gesamtpunktzahl 45 Punkte)**

**Beschreibung der Ausgangssituation:**



Eine Computeranimation erzeugt bewegte Bilder so, dass Standbilder mit kleinen Veränderungen nacheinander in einem Film abgespielt werden. Bei der Pfadanimation verbindet der Modellierer ein Objekt mit einem Pfad bzw. einer Animationskurve (z.B. einem Funktionsgraphen), auf der sich ein Objekt bewegt. Wie bei einem Trickfilm werden so animierte Bilder erzeugt.

**Der Pfad**

Der Pfad wird im Folgenden durch die Funktionenschar  $f_a$  mit

$$f_a(x) = \frac{a - x^2}{e^{x-a}}, \quad x \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \text{ dargestellt.}$$

- 4.1** Die Graphen der Funktionenschar lassen sich in Abhängigkeit von  $a$  in verschiedene Typen einteilen.

Verschaffen Sie sich am Grafikdisplay Ihres Computeralgebrasystems einen Überblick und skizzieren Sie je einen Graphen pro Graphentyp.

Vergleichen Sie die wesentlichen Merkmale/Eigenschaften des jeweiligen Typs in einer Übersicht (keine Rechnung!).

**(8 Punkte)**

- 4.2** Auch die Position der Extrempunkte macht eine Aussage über die Verwendbarkeit für eine Animation.

- 4.2.1** Bestimmen Sie die Extremstellen der Schar  $f_a$ .

(Hinweis: Das hinreichende Kriterium muss hier nicht untersucht werden).

**(4 Punkte)**

- 4.2.2** Leiten Sie die Gleichung der Ortskurve für die Extrempunkte her.

**(4 Punkte)**



- 4.3** Man entscheidet sich für den Graphen von  $f_1$  mit  $f_1(x) = \frac{1-x^2}{e^{x-1}}$ , um eine Computeranimation durchzuführen. Dabei bewegt sich das Objekt zunächst im Intervall  $[-1; 5]$  entlang des Graphen von  $f_1$ . An der Stelle  $x = 5$  verlässt es den Pfad, den der Graph von  $f_1$  beschreibt, und bewegt sich auf der Tangente  $t$  an  $f_1$  weiter bis zur  $x$ -Achse. Hier verlässt es den Pfad, den die Tangente beschreibt, und bewegt sich auf dem Graphen einer nach oben geöffneten Parabel  $p$  weiter. Diese Parabel  $p$  ist durch Verschiebung aus der Normalparabel hervorgegangen.

- 4.3.1** Skizzieren Sie den gesamten Pfad.

(Hinweis: Die einzelnen Abschnitte müssen deutlich erkennbar sein.)

**(3 Punkte)**

- 4.3.2** Bestimmen Sie die Tangentengleichung mit dem für die Animation wichtigen Definitionsbereich.

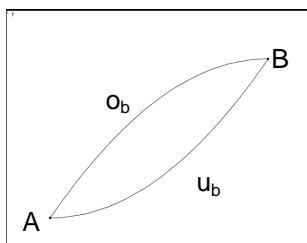
**(4 Punkte)**

- 4.3.3** Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel so, dass der Anschluss in der Nullstelle der Tangente differenzierbar ist.

(Hinweis: Die Tangentengleichung lautet  $t(x) = 2 \cdot e^{-4}(7 \cdot x - 47)$ .)

**(5 Punkte)**

#### Das Objekt



Das linsenförmige Objekt wird erzeugt durch die Graphen von  $o_b$  mit  $o_b(x) = -(x-b)^2 + b$  und  $u_b$  mit  $u_b(x) = (x-(b-1))^2 + (b-1)$ , im Intervall zwischen ihren Schnittpunkten A und B und  $b > 0,5$ .

- 4.4** Im Folgenden wird untersucht, ob sich das Objekt in seiner Form und Größe abhängig von  $b$  verändert.

- 4.4.1** Leiten Sie mit Hilfe der Schnittpunkte von  $o_b$  und  $u_b$  Breite und Höhe des Objektes her.

**(4 Punkte)**

- 4.4.2** Berechnen Sie den Flächeninhalt des Objektes in Abhängigkeit von  $b$ .

**(4 Punkte)**

- 4.4.3** Begründen Sie eine Aussage zu Form und Größe des Objektes in Abhängigkeit von  $b$ .

**(2 Punkte)**

### Die Animation

Im Folgenden bewegt sich das linsenförmige Objekt, das erzeugt wird durch  $o_5(x) = -(x-5)^2 + 5$  und  $u_5(x) = (x-4)^2 + 4$  im Intervall  $[-1;5]$  auf dem Animationspfad, der durch den Graphen der Funktion  $f_1(x) = \frac{1-x^2}{e^{x-1}}$  gegeben ist.

- 4.5** Die Animation startet bei  $x = -1$ . Das Objekt ist dort mit dem linken Randpunkt A an  $f_1$  „fixiert“ und läuft auf dem Graphen mit.

**4.5.1** Bestimmen Sie die Koordinaten der Anfangspositionen von A und B.

**(2 Punkte)**

**4.5.2** Leiten Sie die Gleichung der Funktion her, auf deren Graph der rechte Randpunkt B „läuft“.

**(2 Punkte)**

- 4.6** Für die Animation werden im Intervall  $[-1; 5]$  im Abstand von 0,1 Einheiten insgesamt 60 Standbilder erzeugt. Im Film werden diese Bilder anschließend im Zeitabstand von jeweils 50 ms abgespielt.

Leiten Sie den Zeitpunkt der Animation her, zu dem der Punkt A (auf dem Graphen von  $f_1$ ) einen minimalen Abstand zum Ursprung hat.

**(3 Punkte)**



Anhang

Tabellierte kumulierte Binomialverteilung

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
<b>20</b>	<b>0</b>	6676	5438	4420	3585	1216	0692	0261	0115	0032	0008	0003	0000	0000	<b>19</b>	<b>20</b>
	<b>1</b>	9401	8802	8103	7358	3917	2669	1304	0692	0243	0076	0033	0005	0000	<b>18</b>	
	<b>2</b>	9929	9790	9561	9245	6769	5353	3287	2061	0913	0355	0176	0036	0002	<b>17</b>	
	<b>3</b>	9994	9973	9926	9841	8670	7653	5665	4114	2252	1071	0604	0160	0013	<b>16</b>	
	<b>4</b>		9997	9990	9974	9568	9050	7687	6296	4148	2375	1515	0510	0059	<b>15</b>	
	<b>5</b>			9999	9997	9887	9688	8982	8042	6172	4164	2972	1256	0207	<b>14</b>	
	<b>6</b>					9976	9916	9629	9133	7858	6080	4793	2500	0577	<b>13</b>	
	<b>7</b>					9996	9981	9887	9679	8982	7723	6615	4159	1316	<b>12</b>	
	<b>8</b>					9999	9997	9972	9900	9591	8867	8095	5956	2517	<b>11</b>	
	<b>9</b>						9999	9994	9974	9861	9520	9081	7553	4119	<b>10</b>	
	<b>10</b>							9999	9994	9961	9829	9624	8725	5881	<b>9</b>	
	<b>11</b>								9999	9991	9949	9870	9435	7483	<b>8</b>	
	<b>12</b>									9998	9987	9963	9790	8684	<b>7</b>	
	<b>13</b>										9997	9991	9935	9423	<b>6</b>	
	<b>14</b>											9998	9984	9793	<b>5</b>	
	<b>15</b>												9997	9941	<b>4</b>	
	<b>16</b>													9987	<b>3</b>	
	<b>17</b>													9998	<b>2</b>	
	<b>18</b>														<b>1</b>	
	<b>19</b>														<b>0</b>	

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
<b>30</b>	<b>0</b>	5455	4010	2939	2146	0424	0182	0042	0012	0002	0000	0000	0000	0000	<b>29</b>	<b>30</b>
	<b>1</b>	8795	7731	6612	5535	1837	0962	0295	0105	0020	0003	0001	0000	0000	<b>28</b>	
	<b>2</b>	9783	9399	8831	8122	4114	2579	1028	0442	0106	0021	0007	0000	0000	<b>27</b>	
	<b>3</b>	9971	9881	9694	9392	6474	4734	2396	1227	0374	0093	0033	0003	0000	<b>26</b>	
	<b>4</b>	9997	9982	9937	9844	8245	6812	4243	2552	0979	0302	0122	0015	0000	<b>25</b>	
	<b>5</b>		9998	9989	9967	9268	8356	6164	4275	2026	0766	0355	0057	0002	<b>24</b>	
	<b>6</b>			9999	9994	9742	9275	7765	6070	3481	1595	0838	0172	0007	<b>23</b>	
	<b>7</b>				9999	9922	9725	8863	7608	5143	2814	1668	0435	0026	<b>22</b>	
	<b>8</b>					9980	9910	9494	8713	6736	4315	2860	0940	0081	<b>21</b>	
	<b>9</b>					9995	9974	9803	9389	8034	5888	4317	1763	0214	<b>20</b>	
	<b>10</b>					9999	9994	9933	9744	8943	7304	5848	2915	0494	<b>19</b>	
	<b>11</b>						9999	9980	9905	9493	8407	7239	4311	1002	<b>18</b>	
	<b>12</b>							9995	9969	9784	9155	8340	5785	1808	<b>17</b>	
	<b>13</b>							9999	9991	9918	9599	9102	7145	2923	<b>16</b>	
	<b>14</b>								9998	9973	9831	9565	8246	4278	<b>15</b>	
	<b>15</b>								9999	9992	9936	9812	9029	5722	<b>14</b>	
	<b>16</b>									9998	9979	9928	9519	7077	<b>13</b>	
	<b>17</b>										9994	9975	9788	8192	<b>12</b>	
	<b>18</b>										9998	9993	9917	8998	<b>11</b>	
	<b>19</b>											9998	9971	9506	<b>10</b>	
	<b>20</b>												9991	9786	<b>9</b>	
	<b>21</b>												9998	9919	<b>8</b>	
	<b>22</b>													9974	<b>7</b>	
	<b>23</b>													9993	<b>6</b>	
	<b>24</b>													9998	<b>5</b>	
<b>n</b>	<b>k</b>	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	<b>k</b>	<b>n</b>



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
<b>50</b>	<b>0</b>	3642	2181	1299	0769	0052	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	<b>49</b>	<b>50</b>
	<b>1</b>	7358	5553	4005	2794	0338	0103	0012	0002	0000	0000	0000	0000	0000	<b>48</b>	
	<b>2</b>	9216	8108	6767	5405	1117	0418	0066	0013	0001	0000	0000	0000	0000	<b>47</b>	
	<b>3</b>	9822	9372	8609	7604	2503	1138	0238	0057	0005	0000	0000	0000	0000	<b>46</b>	
	<b>4</b>	9968	9832	9510	8964	4312	2346	0643	0185	0021	0002	0000	0000	0000	<b>45</b>	
	<b>5</b>	9995	9963	9856	9622	6161	3935	1388	0480	0070	0007	0001	0000	0000	<b>44</b>	
	<b>6</b>	9999	9993	9964	9882	7702	5637	2506	1034	0194	0025	0005	0000	0000	<b>43</b>	
	<b>7</b>		9999	9992	9968	8779	7165	3911	1904	0453	0073	0017	0001	0000	<b>42</b>	
	<b>8</b>			9999	9992	9421	8339	5421	3073	0916	0183	0050	0002	0000	<b>41</b>	
	<b>9</b>				9998	9755	9121	6830	4437	1637	0402	0127	0008	0000	<b>40</b>	
	<b>10</b>					9906	9579	7986	5836	2622	0789	0284	0022	0000	<b>39</b>	
	<b>11</b>					9968	9817	8827	7107	3816	1390	0570	0057	0000	<b>38</b>	
	<b>12</b>					9990	9928	9373	8139	5110	2229	1035	0133	0002	<b>37</b>	
	<b>13</b>					9997	9974	9693	8894	6370	3279	1715	0280	0005	<b>36</b>	
	<b>14</b>					9999	9991	9862	9393	7481	4468	2612	0540	0013	<b>35</b>	
	<b>15</b>						9997	9943	9692	8369	5692	3690	0955	0033	<b>34</b>	
	<b>16</b>						9999	9978	9856	9017	6839	4868	1561	0077	<b>33</b>	
	<b>17</b>							9992	9937	9449	7822	6046	2369	0164	<b>32</b>	
	<b>18</b>							9997	9975	9713	8594	7126	3356	0325	<b>31</b>	
	<b>19</b>							9999	9991	9861	9152	8036	4465	0595	<b>30</b>	
	<b>20</b>								9997	9937	9522	8741	5610	1013	<b>29</b>	
	<b>21</b>								9999	9974	9749	9244	6701	1611	<b>28</b>	
	<b>22</b>									9990	9877	9576	7660	2399	<b>27</b>	
	<b>23</b>									9996	9944	9778	8438	3359	<b>26</b>	
	<b>24</b>									9999	9976	9892	9022	4439	<b>25</b>	
	<b>25</b>										9991	9951	9427	5561	<b>24</b>	
	<b>26</b>										9997	9979	9686	6641	<b>23</b>	
	<b>27</b>										9999	9992	9840	7601	<b>22</b>	
	<b>28</b>											9997	9924	8389	<b>21</b>	
	<b>29</b>											9999	9966	8987	<b>20</b>	
	<b>30</b>												9986	9405	<b>19</b>	
	<b>31</b>												9995	9675	<b>18</b>	
	<b>32</b>												9998	9836	<b>17</b>	
	<b>33</b>												9999	9923	<b>16</b>	
	<b>34</b>													9967	<b>15</b>	
	<b>35</b>													9987	<b>14</b>	
	<b>36</b>													9995	<b>13</b>	
	<b>37</b>													9998	<b>12</b>	
<b>n</b>	<b>k</b>	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	<b>k</b>	<b>n</b>



n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
100	0	1326	0476	0169	0059	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	99	100
	1	4033	1946	0872	0371	0003	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	98	
	2	6767	4198	2321	1183	0019	0002	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	97	
	3	8590	6472	4295	2578	0078	0009	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	96	
	4	9492	8179	6289	4360	0237	0035	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	95	
	5	9845	9192	7884	6160	0576	0106	0004	0000	0000	0000	0000	0000	0000	94	
	6	9959	9688	8936	7660	1172	0267	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	93	
	7	9991	9894	9525	8720	2061	0576	0038	0003	0000	0000	0000	0000	0000	92	
	8	9998	9968	9810	9369	3209	1088	0095	0009	0000	0000	0000	0000	0000	91	
	9		9991	9932	9718	4513	1837	0213	0023	0000	0000	0000	0000	0000	90	
	10		9998	9978	9885	5832	2810	0427	0057	0001	0000	0000	0000	0000	89	
	11			9993	9957	7030	3947	0777	0126	0004	0000	0000	0000	0000	88	
	12			9998	9985	8018	5152	1297	0253	0010	0000	0000	0000	0000	87	
	13				9995	8761	6318	2001	0469	0025	0001	0000	0000	0000	86	
	14				9999	9274	7352	2875	0804	0054	0002	0000	0000	0000	85	
	15					9601	8199	3877	1285	0111	0004	0000	0000	0000	84	
	16					9794	8842	4942	1923	0211	0010	0001	0000	0000	83	
	17					9900	9296	5995	2712	0376	0022	0002	0000	0000	82	
	18					9954	9595	6965	3621	0630	0045	0005	0000	0000	81	
	19					9980	9780	7803	4602	0995	0089	0011	0000	0000	80	
	20					9992	9886	8482	5595	1488	0165	0024	0000	0000	79	
	21					9997	9944	8998	6540	2114	0288	0048	0000	0000	78	
	22					9999	9974	9370	7389	2864	0479	0091	0001	0000	77	
	23						9989	9622	8109	3711	0755	0164	0003	0000	76	
	24						9995	9783	8686	4617	1136	0281	0006	0000	75	
	25						9998	9881	9125	5535	1631	0459	0012	0000	74	
	26						9999	9938	9442	6417	2244	0716	0024	0000	73	
	27							9969	9658	7224	2964	1067	0046	0000	72	
	28							9985	9800	7925	3768	1526	0084	0000	71	
	29							9993	9888	8505	4623	2095	0148	0000	70	
	30							9997	9939	8962	5491	2768	0248	0000	69	
	31							9999	9969	9307	6331	3528	0398	0001	68	
	32								9984	9554	7107	4347	0615	0002	67	
	33								9993	9724	7793	5191	0913	0004	66	
	34								9997	9836	8371	6022	1303	0009	65	
	35								9999	9906	8839	6806	1795	0018	64	
	36								9999	9948	9201	7513	2386	0033	63	
	37									9973	9470	8125	3068	0060	62	
	38									9986	9660	8632	3822	0105	61	
	39									9993	9790	9035	4621	0176	60	
	40									9997	9875	9342	5433	0284	59	
	41									9999	9928	9567	6225	0443	58	
	42									9999	9960	9725	6967	0666	57	
	43										9979	9831	7635	0967	56	
	44										9989	9900	8211	1356	55	
	45										9995	9943	8689	1841	54	
	46										9997	9969	9070	2421	53	
	47										9999	9983	9362	3086	52	
	48										9999	9992	9577	3822	51	
	49											9996	9729	4602	50	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n